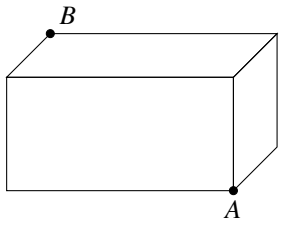
Concours annuel de l'AMQ — Volet secondaire — 2022

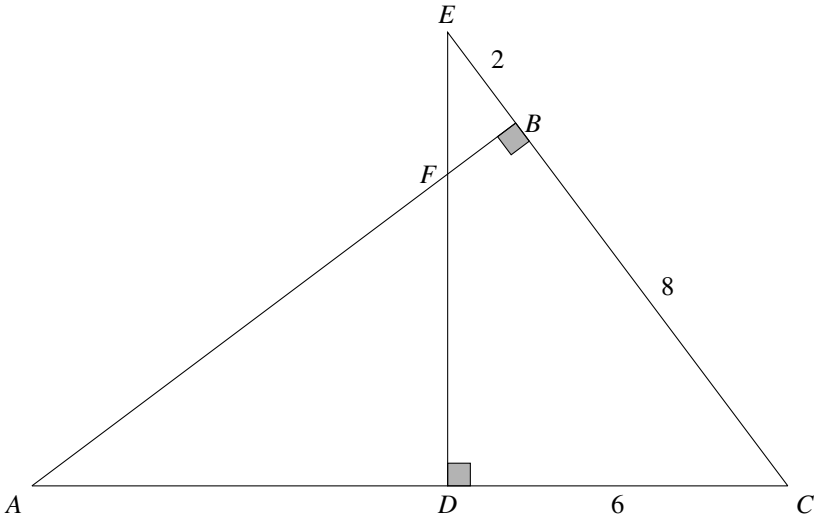
1. **Des multiples de 12.** Combien y a-t-il d'entiers strictement positifs de 6 chiffres, dont l'écriture comporte uniquement les chiffres 0 et 2, et qui sont divisibles par 12 ?
   Note. L'écriture d'un nombre à six chiffres ne peut pas débuter par un 0.

2. **Une araignée se déplace.** Ci-contre est représenté un prisme droit rectangulaire avec deux faces carrées dont les côtés mesurent 1 mètre. Pour leur part, les faces rectangulaires ont une longueur de 2 mètres.

   Une araignée se rend du point A au point B en se déplaçant à la surface du prisme. Quelle est la distance minimale qu'elle doit parcourir ?

3. **Problème de triangles.** Dans les triangles rectangles ABC et CDE ci-dessous, $m\left(\overline{BE}\right) = 2$, $m\left(\overline{BC}\right) = 8$ et $m\left(\overline{CD}\right) = 6$.

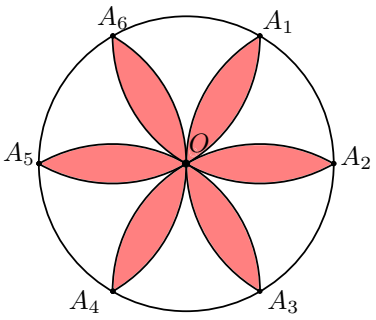
   Déterminez la mesure de $\overline{AF}$.

4. **Âge des enfants.** Sylvie est la mère de deux enfants d'âge a et b (en années). Elle a remarqué que

   $$a^2 + b^2 - 2ab - 10a + 10b + 25 = 0.$$

   Quel âge avait l'aîné lorsque le cadet est né ?

5. **Fleurs en arcs de cercle.** Sur la figure ci-contre, les six points $A_1, A_2, \ldots, A_6$ sont également espacés. On a tracé six arcs de cercle, chacun passant par le centre O du cercle et par deux des six points, comme cela est illustré sur la figure.

   Quelle est l'aire de la figure formée des six pétales, sachant que le rayon du cercle est de 10 centimètres ?
   Note. La réponse peut contenir des racines carrées et la constante π.

6. **Un point fixe.** On dit qu'une fonction f (de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$) a un point fixe c lorsque $f(c) = c$.
   Soient f et g deux fonctions distinctes (de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$) ayant toutes deux un même point fixe c, et telles que $f(x) = ax + 4$ et $g(x) = 4x + b$ avec a et b des entiers strictement positifs. Déterminez tous les triplets (a, b, c) de valeurs possibles.