Concours annuel de l'AMQ 2025, ordre secondaire.

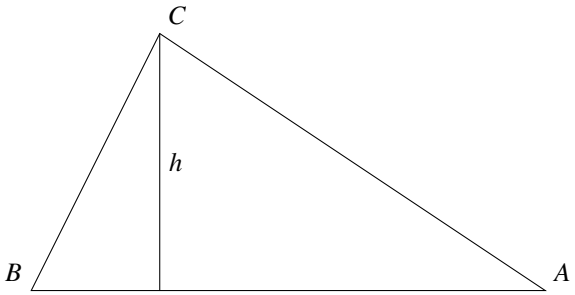
Indication. Toutes les solutions doivent être bien justifiées et l'usage de la calculatrice est interdit.

1. **Rectangles d'aire 2025.** Combien de rectangles différents ont des côtés de longueurs entières et une aire de 2025 cm^2 ?

2. **Cent moineaux.** Sur une longue branche d'arbre, cent moineaux sont assis côte à côte. Tout d'un coup, deux de ces oiseaux quittent la branche, séparant ainsi en trois groupes les moineaux restants. On considère qu'un groupe de moineaux peut être formé d'un ou plusieurs moineaux (mais pas d'aucun).

   Combien de paires différentes de moineaux ont pu quitter la branche ?

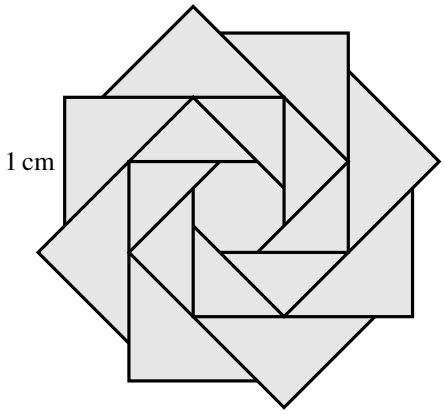
3. **Un triangle comme les autres.** Le triangle rectangle ΔABC a un angle droit au sommet C. Si la hauteur h abaissée de C est de 15 cm et que le périmètre du triangle est de 75 cm, quelle est la longueur de son hypoténuse ?



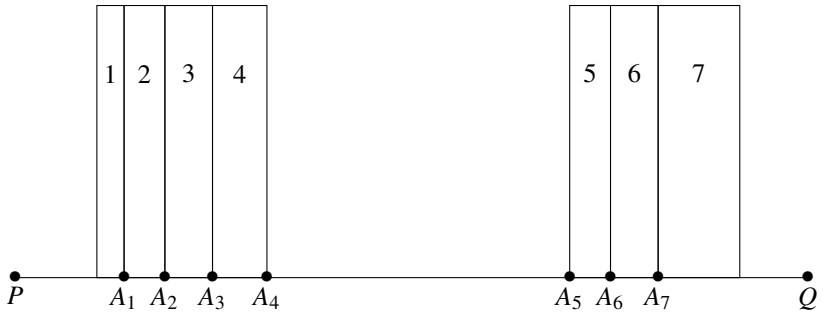
4. **Albert ou Bertrand ?** Albert et Bertrand jouent au jeu suivant. À tour de rôle, en débutant par Albert, chacun doit prendre 2, 3, 5 ou 6 jetons d'une pile qui contient initialement 40 jetons. Le dernier à pouvoir jouer gagne la partie, ce qui se produit quand il ne reste que 0 ou 1 jeton dans la pile après son coup.

   Le jeu devient vite monotone car l'un des deux joueurs a une stratégie gagnante : il peut en effet s'assurer de gagner toutes les parties en jouant bien. Qui est ce joueur, et quelle est sa stratégie gagnante ? On doit bien expliquer la stratégie, et ce pourquoi elle mène toujours à la victoire.

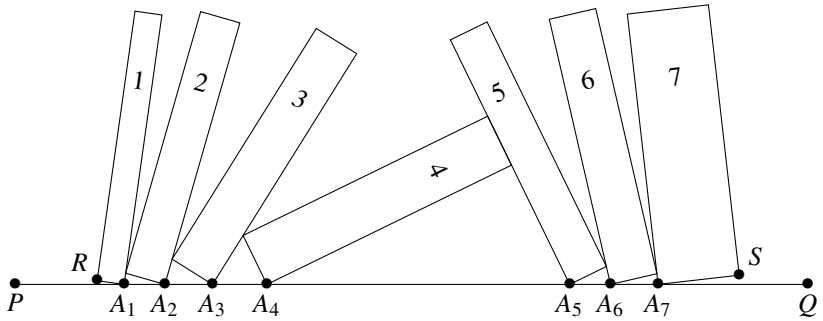
5. **Le tourbillon.** La figure suivante est formée par l'assemblage de 8 copies d'un même rectangle auquel il manque exactement un côté. Ces rectangles sont placés de manière à s'encastrer les uns dans les autres afin que les triangles formés soient tous isocèles. **Quelle est l'aire de cette forme sachant que le petit côté du rectangle mesure** 1 cm **?**



6. **Sept livres bien rangés.** Sept livres sont déposés sur une étagère représentée par le segment $\overline{PQ}$; vus de côté, ils ont la forme de rectangles de différentes largeurs. Mis à part l'espace séparant les livres 4 et 5, tous les livres sont bien collés les uns aux autres.



Suite à un léger tremblement de terre, le livre n a pivoté sur son sommet A_n (pour $n = 1, ..., 7$) de sorte que le dessus du livre 4 se retrouve sur le côté du livre 5, et chacun des autres livres est appuyé sur le coin soulevé de son voisin tel qu'illustré ci-dessous.



Nommons R le coin soulevé du livre 1 et S celui du livre 7.
Sachant que la mesure de l'angle $\angle PA_1R$ est $9°$, quelle est la mesure de $\angle QA_7S$? Justifier clairement votre réponse.