Association mathématique du Québec

Question	Points	Résultat
1	10	
2	10	
3	10	
4	10	
5	10	
6	10	
Total :	60	

Concours annuel de l'AMQ — Volet secondaire

Du 8 au 28 mars 2021

Identification du participant ou de la participante (en lettres moulées)

Prénom et nom : ______________________

Nom de l'école : ______________________

Numéro de téléphone : ______________________

Adresse courriel : ______________________

☐ J'accepte que l'AMQ me contacte pour m'offrir un prix ou une invitation à leur camp mathématique.

Directives du concours

1. Assurez-vous d'identifier correctement votre copie. En plus de remplir la section d'identification ci-haut, veuillez inscrire vos initiales dans la case prévue à cette fin sur chacune des pages 2 à 13.
2. Vérifiez que ce questionnaire comporte 6 questions réparties sur 13 pages.
3. Sauf indication contraire, vous devez justifier votre raisonnement.
4. Aucun document ne peut être consulté durant le concours et aucune aide extérieure ne peut être sollicitée.
5. Le concours doit être réalisée en une seule séance dont la durée maximale est de 2 heures.
6. L'usage de toute forme de calculatrice est interdit.
7. Dans tous les cas où c'est possible, vous devez écrire la valeur exacte et non une valeur numérique approchée (par exemple, si $x^2 = 2$ et $x > 0$, vous devez écrire $x = \sqrt{2}$ plutôt que $x \approx 1,414$).

Attestation sur l'honneur

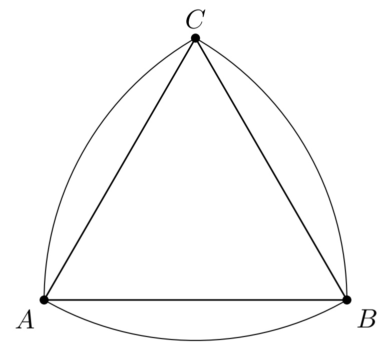
En signant, je déclare avoir compris et respecté les directives du concours.

______________________ Signature

______________________ Signé le

______________________ Dans la ville de

1. (10 points) **Un triangle équilatéral arrondi**. Soit un triangle équilatéral ABC dont les côtés sont de 3 cm. On trace trois arcs de cercle : l'arc BC d'un cercle de centre A, l'arc CA d'un cercle de centre B, et l'arc de cercle AB d'un cercle de centre C.
   Quelle est l'aire totale de la figure obtenue ?



Initiales :

2. (10 points) **Une fonction très simple**. Une fonction f est telle que $f(n) = f(2n+3)$ pour tout entier naturel n (i.e. $n = 0, 1, 2, \ldots$), et aussi telle que $f(n) = f\left((n+1)/2\right)$ pour tout entier naturel impair n. Montrer que cette fonction doit prendre la même valeur pour tous les nombres naturels. Vous devez bien justifier votre réponse.

3. (10 points) **Une longue randonnée à vélo**. Myriam fait une randonnée à vélo. Elle quitte le matin à 9 h 00. Elle est en forme et a un bon vent qui la pousse ! Elle parcourt la distance de chez elle à chez ses grands-parents à une vitesse moyenne de 30 km/h. Au retour, après un bon dîner, la fatigue rend le tout vraiment plus difficile. Elle parcourt la même distance, mais cette fois à une vitesse moyenne de 20 km/h.
Quelle est sa vitesse moyenne pour le trajet total, c'est-à-dire pour faire l'aller-retour ?

Initiales :

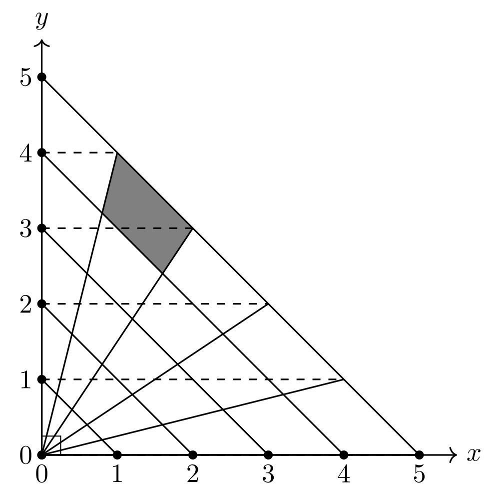
4. (10 points) **Un jeu de rayage**. Ahmed et Benoit font face au défi suivant. À tour de rôle, en débutant par Ahmed, chacun doit rayer un des nombres de la liste de sept nombres ci-dessous jusqu'à ce qu'il en reste exactement deux.

   $$1 \quad 1 \quad 1 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 3$$

   Ahmed gagne si la somme des deux nombres restants est un multiple de 3, et Benoit gagne si la somme de ces deux nombres n'est pas un multiple de 3.
   L'un des deux joueurs a une stratégie gagnante : il peut en effet s'assurer de gagner toutes les parties. Qui est ce joueur, et quelle est sa stratégie gagnante ?

Initiales :

5. (10 points) **Une aire de quadrilatère**. Sur la figure, les segments hachurés sont parallèles à l'axe des x. Quelle est l'aire du quadrilatère ombragé ?



6. (10 points) **Intersections équilibrées**. La courbe $y = k/x$, où k est un nombre réel positif, coupe le cercle d'équation $x^2+y^2 = 4$ en deux points P_1 et P_2 du premier quadrant qui sont tels que le triangle OP_1P_2 soit équilatéral. Quelle est la valeur de k ?
   Note : la figure n'est pas exacte.