Concours de l'Association mathématique du Québec
Niveau collégial

Le mercredi 11 février 2026

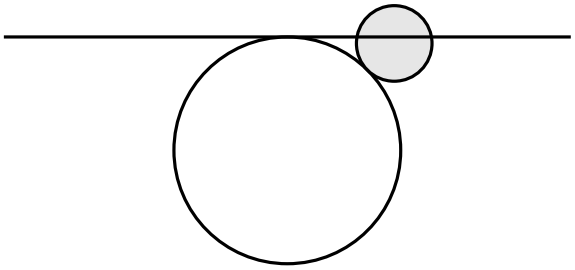
---

1. **La grosse division**

   Donner le reste de la division par 7 du nombre $999\,998\,997\ldots003\,002\,001$.

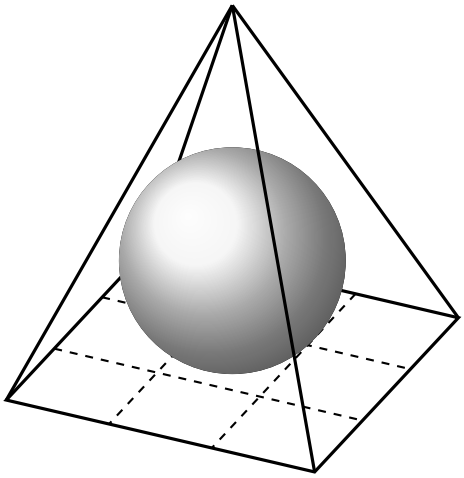
2. **L'horizon**

   On trace deux disques tangents l'un à l'autre, comme sur le dessin. Le rayon du disque blanc est trois fois plus grand que le rayon du disque gris. On trace ensuite toutes les tangentes possibles au disque blanc. Quelle fraction de ces tangentes intersecte le disque gris ?



3. **La sphère pyramidale**

   Soit une pyramide droite à base carrée dont la base est un carré 3 par 3. Une sphère de rayon 1 est tangente aux cinq faces de la pyramide. Quelle est la hauteur de la pyramide ?



4. **Le jeu de Kenda**

   Kenda a un jeu de cartes numérotées de 1 à n. Elle choisit une carte au hasard, la remet dans le paquet et brasse le paquet. Elle recommence ainsi jusqu'à avoir fait n piges. Soit P_n la probabilité que les n cartes pigées contiennent exactement $n-1$ numéros différents. Pour quelle valeur de n, la probabilité P_n est maximale ?

5. **De cinq à zéro**

   Soit la fonction f définie sur tous les entiers telle que pour tout couple d'entiers (m, n), on a :

   $$2f(mn) + f(n-1) + 4n + 2m^2 = f(m)f(n) + f(1) + 1.$$

   Trouver la valeur de $f(5)$ sachant que $f(0) = 1$.

6. **Réflexion Logo-Expo**

   Soit $k > 0$ une constante. Trouver la valeur de k pour laquelle l'équation

   $$e^{kx} = \ln(x^{1/k})$$

   n'a qu'une seule solution.