Concours de l'Association mathématique du Québec
Niveau collégial

Le mercredi 12 février 2025

---

1. **L'unité du plus grand**

   Le 12 octobre 2024, le plus grand nombre premier connu à ce jour a été découvert. Il s'agit du nombre

   $$2^{136\,279\,841} - 1.$$

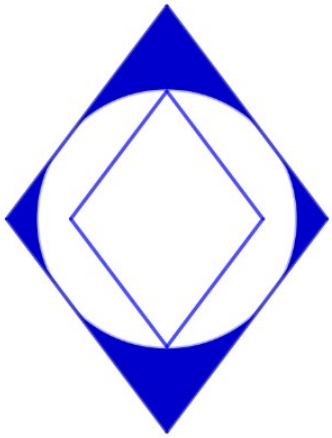
   Donner le chiffre des unités de ce nombre.

2. **Aire = périmètre**

   Démontrer que le triangle ayant des côtés de longueur 5, 12 et 13 ainsi que le triangle ayant des côtés de longueur 6, 8 et 10 sont les deux seuls triangles rectangles avec des côtés de longueur entière dont la valeur du périmètre en unités est égale à la valeur de la surface en unités carrées.

3. **Le petit losange**

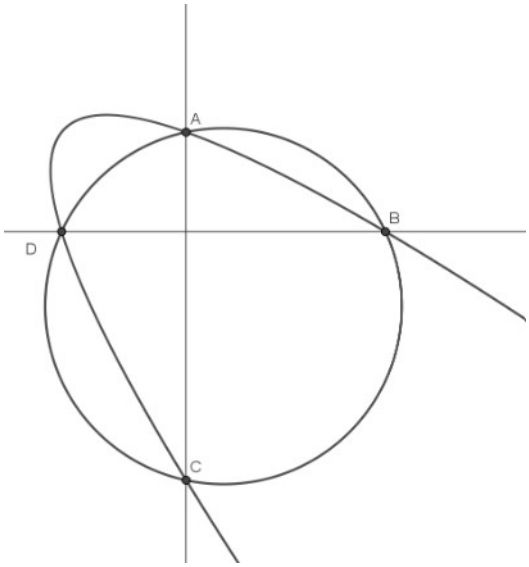
   Dans un losange dont les diagonales sont de longueur 15 et 20, il y un cercle inscrit. Dans le cercle, il y a un losange inscrit semblable au premier. Calculer la surface du petit losange.



4. **La parabole qui a un penchant pour un cercle**
   Soit la parabole penchée d'équation

$$2x^2 + 4xy + 2y^2 - 3x + 6y = 20.$$

   Trouver l'équation du cercle qui passe par les 4 points d'intersection entre la parabole et les deux axes (A, B, C, D sur le dessin).



5. **Dérivée inversée**
   Soit la fonction inversible $f(x) = x + 2x^2 + 3x^3$. Calculer

   (a) $f^{-1}(0)$;

   (b) $\dfrac{d\,(f^{-1})}{dx}(0)$;

   (c) $\dfrac{d\,(f^{-1})}{dx}(6)$;

   (d) $\dfrac{d^2\,(f^{-1})}{dx^2}(6)$.

6. **Les Pixels de Mathville**
   Les 9 joueurs d'une équipe de baseball sont assis autour d'une table ronde. On leur apporte 9 casquettes : 3 rouges, 3 vertes et 3 bleues. On distribue les casquettes de sorte que chaque joueur ait une casquette d'une couleur différente de celle de ses deux voisins. Calculer le nombre de manières de distribuer les casquettes aux 9 joueurs.