Concours de l'Association mathématique du Québec
Niveau collégial

Le mercredi 14 février 2024

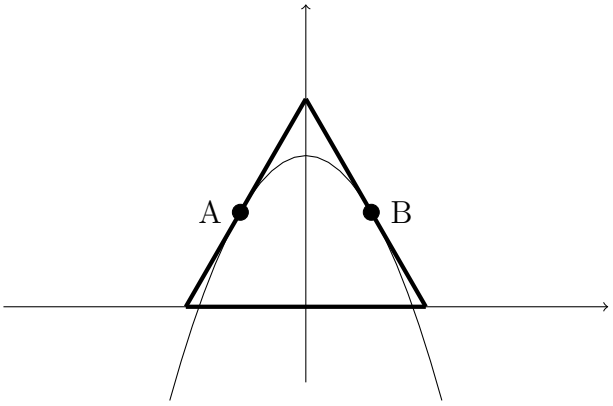
---

1. **Carrément carré !**

   On veut construire une grande salle carrée dont le plancher est complètement couvert de tuiles entières en forme de rectangles de dimension 46×88. Trouver la dimension minimale (non-nulle) de cette salle.

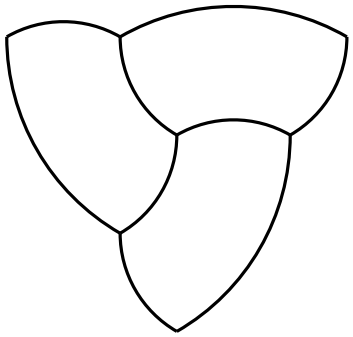
2. **Tangence équilatérale**

   Soit la fonction $f(x) = 1 - x^2$. Déterminer les deux points A et B tels que les tangentes au graphe forment un triangle équilatéral ayant une partie de l'axe des x comme base.



3. **Le bouclier**

   Un bouclier est formé de trois parties identiques qui s'emboîtent les unes dans les autres parfaitement. Les courbes sur le bouclier sont des arcs de cercles. Les petits arcs de cercles sont tous identiques et proviennent de cercles de rayon 1. Il en est de même pour les grands arcs de cercles qui eux proviennent de cercles de rayon 2. Chacune des trois parties du bouclier est symétrique par rapport à un axe. Quelle est l'aire totale du bouclier ?

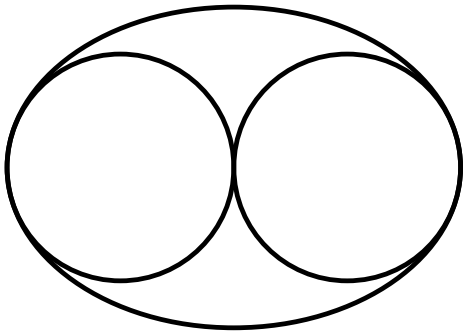


4. **Degré ou gradian**

   Laurent fait un devoir de trigonométrie dans lequel il doit utiliser sa calculatrice pour calculer le sinus d'un certain angle a, en degrés, compris entre 0 et 360 degrés inclusivement. Laurent ne s'est pas rendu compte que sa calculatrice n'était pas en degrés mais en gradian (il y a 100 gradians dans un angle droit). Pourtant, il a quand même obtenu la bonne réponse. Quelle était la valeur de l'angle a, en degrés ? Trouver toutes les possibilités.

5. **Dés-duction**

   Soit D_n ($n \geq 1$) un dé ayant n faces avec les nombres $0, 1, \ldots, n-1$. Si on tire le dé, on a autant de chance d'obtenir chacun de ces nombres. On tire les dés de la manière suivante. On tire d'abord D_n. Si on tombe sur 0, on arrête le processus, sinon on relance le dé D_k où k est la valeur obtenue au tirage précédent. Ce processus est répété tant qu'on ne tombe pas sur 0. Si on fait la somme de tous les nombres obtenus de cette manière, quelle est la valeur attendue, en moyenne, si on commence par tirer D_6 ?

6. **Enlipsé**

   On place deux cercles de rayon 1 côte à côte. Ensuite, on encapsule ces deux cercles avec la plus petite ellipse de longueur 4 possible. L'ellipse ne touche pas aux cercles sauf à ses deux bouts. Quelle est largeur de l'ellipse ?