

CONCOURS DE L'ASSOCIATION MATHÉMATIQUE DU QUÉBEC

NIVEAU COLLÉGIAL

Le vendredi, 8 février 2002, de 9h00 à 12h00

AUX CANDIDATES, AUX CANDIDATS

Ceci n'est pas un examen, mais bien un concours; il est donc tout naturel que vous trouviez certaines questions difficiles et que vous ne puissiez répondre qu'à quelques-unes. La correction, strictement confidentielle, prendra en compte divers éléments, dont la précision, la clarté, la rigueur et l'originalité, de même que les esquisses de réponses, dans le cas d'une solution non complétée.

Nous vous remercions et vous félicitons de votre intérêt pour les mathématiques. Bonne chance.

Note : L'usage de toute forme de calculatrice est interdit.

QUESTION 1 - Boules rouges et bleues

Une boîte contient 10 boules : 4 rouges et 6 bleues. Une seconde boîte contient 16 boules rouges et un nombre inconnu de boules bleues. On pige au hasard une boule dans chacune des deux boîtes. Sachant que la probabilité que les deux boules pigées soient de même couleur est 44%, trouver le nombre de boules bleues dans la seconde boîte.

QUESTION 2 - Une égalité vraiment surprenante

Prouver l'égalité suivante par des manipulations algébriques :

$$\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}} = 1.$$

QUESTION 3 - Carrés parfaits versus 2002

- Déterminer (s'il existe) le plus petit carré parfait N se terminant par 2002 lorsque N est écrit en base 10. Rappelons qu'un entier N est un carré parfait si $N = k^2$, où k est un entier.
 - Déterminer (s'il existe) le plus petit carré parfait N se terminant par 2002 lorsque N est écrit en base 7.
-

QUESTION 4 - Le découpage parabolique

Trouver l'équation de la parabole dont le sommet se trouve en $(0,0)$ et qui sépare en trois parties d'aires $1/4, 1/4$ et $1/2$ le carré $(1/2, 0), (1/2, 1), (-1/2, 1), (-1/2, 0)$.

QUESTION 5 - Le triangle et le cercle

Un triangle dont les angles sont A, B et C est inscrit dans un cercle de rayon R . Quelle est l'aire de ce triangle ? Votre réponse doit être une formule mathématique qui fait appel aux quatre symboles A, B, C et R .

Ce graphisme de forma
L'impression sera bonn
Nom du fichiTriangle
Titre : (Adobe Illustrato
Créateur : Adobe Illustr
Date de créatio (12/17/

QUESTION 6 - La réunion de famille

Dans la famille d'Abel Belgrillet, on est artiste ou mathématicien de générations en générations. Chaque réunion se termine par une séance de problèmes de mathématiques, une récitation de poésie ou un concours de sculpture ! On déplore cependant qu'aucun membre de cette famille n'ait atteint l'âge de 95 ans (l'âge étant ici considéré comme un nombre entier, bien entendu). Lors de la dernière réunion de famille, Émilie (dix ans) affirme qu'aussi longtemps que ce fait perdurera, on pourra être assuré que dans toute réunion de la famille Belgrillet, qui compte au moins dix membres, il sera toujours possible d'en extraire deux groupes non-vides ayant les trois propriétés suivantes :

(allez à la page suivante)

QUESTION 6 - La réunion de famille (suite)

- 1) il y a, au maximum, une personne de plus dans un groupe que dans l'autre;
- 2) personne n'appartient aux deux groupes à la fois;
- 3) la somme des âges dans chaque groupe est égale.

A-t-elle raison ?

Si oui, prouvez-le. Sinon, construisez un contre-exemple (i.e., exhibez un ensemble de dix nombres distincts allant de 0 à 94 tels que la construction des deux groupes susmentionnés n'est pas possible).
