Association
mathématique
du Québec

Chronique didactique

Intérêt de la connaissance-obstacle pour l'enseignement [1]

Sophie René de Cotret
Université de Montréal

Mots clés : Connaissance-obstacle, domaine de validité, erreurs, rencontre de l'ignorance, sens de la division.

Dans une précédente chronique didactique (*Pourquoi résiste-t-on à la preuve ?* mai 2025), l'idée de connaissance-obstacle avait été évoquée en suggérant que nous y reviendrions. C'est ce que nous faisons aujourd'hui.

Voici, à peu de choses près, ce que nous en disions :

> Une connaissance-obstacle est une connaissance qui a un domaine de validité, c'est-à-dire un ensemble de problèmes pour lesquels son usage est efficace, et qui, notamment du fait de son succès éprouvé, résiste à l'adaptation à une nouvelle situation. Plus la connaissance a bien fonctionné, plus il devient coûteux de la modifier. On l'utilisera donc possiblement à tort, faute de pouvoir reconnaître son domaine de validité et d'en contrôler l'utilisation, ou faute de pouvoir trouver mieux.

La présente chronique revient sur ce concept de connaissance-obstacle en didactique afin d'en montrer l'intérêt pour l'enseignement et, tout particulièrement, pour le traitement des erreurs.

1. Pour plonger dans le vif du sujet

Pour plonger dans le vif du sujet, je vous propose la tâche suivante :

> Composez un problème « à contexte » qui demande comme solution la division $\frac{2}{3} \div \frac{3}{5}$ et résolvez-le.

Je vous laisse quelques minutes...

1. Je tiens à remercier France Caron pour sa lecture attentive et ses précieux commentaires.

 © Association mathématique du Québec

Il m'est évidemment difficile de présumer de votre réponse. Toutefois, si je me fie à mes 20 dernières années d'expérience comme professeure de didactique, je parierais que vous avez d'abord cherché un contexte de partage. C'est ce que j'ai pu constater en soumettant au fil des ans cette tâche à près de 500 étudiants et étudiantes de 2e année au baccalauréat en enseignement des mathématiques au secondaire. En effet, très peu réussissaient à composer un problème « à contexte » dont la solution demandait effectivement de faire l'opération $\frac{2}{3} \div \frac{3}{5}$. Les textes obtenus, souvent à propos de partage de pizzas, étaient plutôt alambiqués et pouvaient renvoyer à une multiplication par $\frac{3}{5}$ plutôt qu'à une division, sans toujours que le sujet s'en aperçoive. Et, dans plusieurs cas, la feuille restait blanche.

À la retraite depuis quelques années, j'ai voulu vérifier si les réponses étaient toujours les mêmes aujourd'hui. J'ai donc soumis cette tâche à 25 étudiants et étudiantes de 1re année au programme de baccalauréat ou de maîtrise qualifiante en enseignement des mathématiques au secondaire. Les réponses recueillies sont semblables à celles que j'ai toujours obtenues.

Voici quelques exemples, en commençant avec deux des 20 productions inadéquates recueillies.

- Tentative d'adaptation d'un contexte de partage (8 productions)

  Exemple 1 – Dans un groupe de 5 amis, trois aiment les barres au chocolat. Les deux autres n'aiment pas le chocolat. Le jour de l'Halloween, ce groupe a reçu trois paquets surprises de bonbons. Un paquet contient des dragées. Deux autres paquets contiennent chacun une barre de chocolat.

  Les trois amis de ce groupe de cinq veulent partager les deux paquets de chocolat des trois barres de chocolat.

  Solution proposée : $\frac{2}{3} \div \frac{3}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{10}{9}$ *Ça ne marche pas...*

- Problème dont la solution est la multiplication $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$ (4 productions)

  Exemple 2 – Léa veut faire une recette de biscuits à partager entre ses 2 sœurs et elle-même. La recette qu'elle a trouvée est pour 5 personnes, mais elle veut une quantité de biscuits raisonnable pour ses sœurs et elle, puisqu'elle déteste le gaspillage.

  Si la recette indique qu'il faut ajouter $\frac{2}{3}$ de tasse de sucre, combien de sucre doit-elle ajouter pour que la recette convienne à ses deux sœurs et elle ?

  Solution proposée : $\frac{2}{3} \div \frac{3}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{10}{9}$ *de tasse de sucre*

Parmi les huit autres productions inadéquates, on retrouve notamment deux feuilles restées blanches ainsi que deux cas où la solution au problème demande de faire $\frac{2}{3} \times \frac{5}{3}$, évitant ainsi la division demandée, tout en conservant le résultat attendu.

Cinq productions adéquates, ou presque, ont aussi été recueillies.

- Contexte de groupement (2 productions)

  Exemple 3 – Justin fait un gâteau. Sa recette nécessite $\frac{3}{5}$ de tasse de farine. Justin possède $\frac{2}{3}$ de tasse de farine. Combien de gâteau peut-il faire avec la quantité de farine qu'il possède ?

  Solution proposée : $\frac{2}{3} \div \frac{3}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{10}{9} = 1,\overline{1}$ *Il peut faire un gâteau complet*

- Contexte de comparaison ou de rapport (3 productions)

  Exemple 4 – Sacha a rempli les $\frac{2}{3}$ de sa piscine. Carlos a quant à lui rempli les $\frac{3}{5}$ de sa piscine. Combien de fois de plus Sacha a progressé dans le remplissage de sa piscine ?

  Solution proposée : $\frac{2}{3} \div \frac{3}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{10}{9} \approx 1,11$ *Réponse*[2] *: environ 11 %*

Ces différents résultats conduisent à se demander comment il se fait que des étudiants et des étudiantes se destinant à l'enseignement des maths au secondaire, et pouvant déjà avoir une formation universitaire en mathématiques, ont tant de mal à composer un problème dont la solution est une simple division de fractions ?

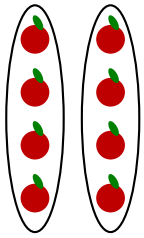
Le concept de connaissance-obstacle pourrait offrir une hypothèse de réponse. En effet, l'explication pourrait se trouver dans le fait que leur connaissance de la fraction renvoie d'emblée à un partage ; diviser c'est partager. C'est le sens attribué spontanément à la division. Cette conception de la division, du fait de son efficacité et de sa pertinence dans de nombreux cas, notamment lorsqu'on divise par un nombre naturel, est si prégnante qu'elle fait en quelque sorte obstacle à une autre conception qui conviendrait mieux à la division par une fraction, par exemple une conception de groupement.

Partage et groupement

Voici un exemple qui illustre une même division, ici $8 \div 2$, conçue comme un partage et conçue comme un groupement.

Contexte de partage

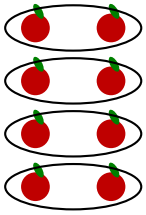
J'ai 8 pommes que je veux partager entre 2 personnes, combien de pommes aura chaque personne ?



Réponse : 4 pommes par personne

Contexte de groupement

J'ai 8 pommes et je veux faire des paquets de 2 pommes. Combien de paquets puis-je faire ?



Réponse : 4 paquets de 2 pommes

Voyons maintenant plus précisément comment se définit, en didactique, la connaissance-obstacle.

2. Remarquons que, bien que le résultat du calcul corresponde effectivement à combien de fois plus Sacha a progressé dans le remplissage, soit 1,11 fois, la réponse donne plutôt le pourcentage de plus.

2. Connaissance-obstacle, quelques caractéristiques

Le mot obstacle évoque d'emblée quelque chose à éviter ou à contourner, une entrave sur le chemin. Nous allons voir que l'obstacle, tel qu'on le conçoit en didactique, n'est pas extérieur à la connaissance et qu'il s'agit plutôt d'une connaissance qui cherche à s'adapter [3], sans y parvenir adéquatement.

Comme le disait Bachelard, à l'origine de cette notion d'obstacle :

> « Et il ne s'agit pas de considérer des obstacles externes, comme la complexité et la fugacité des phénomènes, ni d'incriminer la faiblesse des sens et de l'esprit humain : c'est dans l'acte même de connaître, intimement, qu'apparaissent, par une sorte de nécessité fonctionnelle, des lenteurs et des troubles. [...] En fait, on connaît *contre* une connaissance antérieure [...]. » (Bachelard, 1969, p. 13, c'est nous qui soulignons)

Afin de définir plus précisément la connaissance-obstacle, nous retenons les quatre critères, proposés par Duroux (1983), auxquels une telle connaissance devrait répondre.

> « 1. Il s'agit d'une **connaissance** qui fonctionne comme telle sur un ensemble de situations et pour certaines valeurs des variables de ces situations. [...]
>
> 2. L'obstacle est une connaissance qui, en tentant de s'adapter à d'autres situations ou à d'autres valeurs des variables, va provoquer des erreurs spécifiques, repérables, analysables.
>
> 3. L'obstacle est une connaissance stable. Dans les situations qui sortent de son domaine de validité, son rejet coûtera plus à l'élève qu'une tentative d'adaptation à tout prix, même si cela alourdit notablement les processus de résolution employés. C'est le symptôme classique de l'élève qui "fait compliqué" alors qu'il pourrait "faire simple".
>
> 4. L'obstacle ne pourra donc être franchi que dans des situations spécifiques de rejet et ce rejet sera constitutif du savoir. [...] Le retour même sur la conception obstacle sera partie intégrante du nouveau savoir. » (Duroux, 1983, p. 54, c'est l'auteur qui souligne)

La connaissance de la division partage, mise en évidence dans les productions précédentes, semble répondre à ces critères. En effet, (1) la conception de la division comme un partage est une connaissance qui fonctionne sur un grand ensemble de situations ; (2) des tentatives d'adaptation de cette conception à la division par une fraction apparaissent problématiques et conduisent à des erreurs, (3) erreurs que l'on retrouve d'année en année. (4) La tâche de composition d'un problème « à contexte » pour une division par une fraction s'avère porteuse

3. Précisons que ce concept d'obstacle s'inscrit dans une perspective d'apprentissage par adaptation où l'on construit des connaissances en s'adaptant à son environnement ou à des situations problématiques sources de déséquilibre.

pour le rejet de la connaissance-obstacle, comme en témoigne le commentaire *« Ça ne marche pas »* relevé dans l'exemple 1 ci-dessus et dans quelques autres. Nous verrons plus loin comment ce rejet pourrait être constitutif du savoir.

Mentionnons, enfin, que la notion de connaissance-obstacle se décline en obstacles épistémologiques (relatifs au développement historique de la notion), ontogéniques (relatifs au développement de la personne) et didactiques (relatifs aux choix didactiques faits). Nous ne les développerons pas ici. Pour en savoir davantage, voir Brousseau 1983.

3. Intérêt du concept d'obstacle pour l'enseignement des mathématiques

En quoi ce concept d'obstacle pourrait-il être utile pour l'enseignement ? Nous allons voir qu'un des intérêts de la prise en compte des connaissances-obstacles dans l'enseignement des mathématiques est de contribuer à **comprendre la source des erreurs** des élèves (3.1) et **d'offrir des pistes d'intervention en conséquence** (3.2 & 3.3).

3.1. Identifier la connaissance à la source de l'erreur

Il n'est pas rare que l'on attribue les réponses inadéquates produites par ses élèves à un manque de connaissance : l'élève n'a pas fait ce qu'il fallait, il aurait dû faire ceci, il ne sait pas cela. De sorte que l'on cherche à enseigner ce qui manque, à combler ce manque. L'idée d'obstacle invite à modifier le regard en cherchant à dégager ce qui a été utilisé et qui a conduit à un résultat inadéquat, plutôt que ce qui manque.

S'attarder à ce que l'élève sait sous-entend toutefois que l'on présume qu'il est de bonne foi, c'est-à-dire que le résultat produit constitue la meilleure réponse étant donné ses connaissances ; comme une forme de *présomption de connaissance*. On considère que l'erreur peut être le symptôme d'une connaissance qui cherche à s'adapter, peut-être maladroitement, mais sincèrement. Ainsi, comme le souligne Brousseau, devant un résultat inadéquat, on cherchera à trouver quel raisonnement a présidé à cette solution, et non ce qui manque ou qui aurait dû être fait :

> « Très souvent, c'est parmi les "difficultés" qu'il faut chercher les indices d'un obstacle mais pour satisfaire la première condition qui dit qu'un **obstacle est une connaissance**, le chercheur devra faire un effort pour reformuler la "difficulté" qu'il étudie en termes, non pas de manque de connaissance, mais de connaissance (fausse, voire incomplète…). » (Brousseau, 1983, p. 190, c'est l'auteur qui souligne).

Pour s'aider à reformuler la difficulté en termes de connaissance, il peut être utile de s'astreindre à compléter la phrase suivante : « L'élève pense que … ce qui est inadéquat ici » [4] et, ainsi, se prémunir contre le désir de s'attarder directement à ce qui manque.

4. Dans l'exemple à propos de la division $\frac{2}{3} \div \frac{3}{5}$, on pourrait dire : « L'élève pense que … la division est un partage… ce qui est inadéquat ici. »

Pourquoi est-ce si tentant de donner directement ce qui manque ?
Qui, face à une erreur de son élève, n'a jamais dit : « Non, voici, je vais te montrer comment faire ». Donner ce qui manque est tellement plus facile que de chercher et, surtout, de trouver ce qui a amené l'élève à cette production. De plus, proposer une bonne façon de faire permet à l'élève de réussir et, du même coup, l'enseignement apparaîtra réussi lui aussi. C'est donc très tentant ! Mais la réussite de l'élève témoigne-t-elle alors de sa compréhension ?
Le fait de « donner ce qui manque » est décrit par Brousseau comme une forme de court-circuit entre deux rôles de l'enseignant, soit celui de faire produire la connaissance par l'élève et celui de reconnaître l'existence de cette connaissance dans l'édifice du savoir mathématique ou, en d'autres termes, celui d'institutionnaliser.

> « On voit bien les deux parties du rôle du maître qui sont assez contradictoires : faire vivre la connaissance, la faire produire par les élèves comme réponse raisonnable à une situation familière, et de plus, transformer cette « réponse raisonnable » en « événement » cognitif extraordinaire identifié reconnu à l'extérieur.
>
> La tentation est grande pour le professeur de court-circuiter ces deux phases et d'enseigner directement le savoir en tant qu'objet culturel en faisant l'économie de cette double manœuvre. On présente le savoir et l'élève se l'approprie comme il peut. » (Brousseau 1988, p. 14)

Donner ce qui manque en enseignant directement le savoir peut ainsi apparaître économique au regard du temps et de l'énergie investis, d'où la tentation. Mais cette économie peut parfois se faire au détriment de la compréhension des élèves.

Après avoir identifié la connaissance-obstacle qui semble à l'origine de la difficulté, il s'agit d'en définir le domaine de validité. En effet, si cette connaissance existe au sein du répertoire de connaissances des élèves, c'est qu'il doit y avoir un ensemble de problèmes pour lesquels elle est efficace, sinon on peut penser qu'elle n'aurait pas été retenue. C'est d'ailleurs pourquoi je privilégie souvent le terme *inadéquate* au terme *fausse* pour qualifier la connaissance. Les connaissances dont on parle ne sont pas fondamentalement fausses, elles sont simplement utilisées à mauvais escient ou de manière inadéquate, en d'autres termes, hors de leur domaine de validité.

3.2. Déstabiliser la connaissance-obstacle

Une fois l'obstacle identifié et son domaine de validité défini, on cherchera des problèmes qui sortent de ce domaine en vue de déstabiliser la connaissance de l'élève et de lui faire rencontrer son ignorance.

En proposant un tel problème à l'élève on cherche à provoquer l'erreur dans l'espoir qu'il constate l'inadéquation de sa procédure pour ce problème. Il importe que l'élève puisse *par lui-même* constater l'invalidité de sa réponse, de sorte que le besoin de modifier sa connaissance, modification souvent très coûteuse, vienne de lui, lui devienne nécessaire pour résoudre un possible conflit cognitif.

Si l'invalidation vient du professeur, l'élève ne « rencontre » pas son ignorance, elle lui est simplement « montrée ». Tant que l'élève n'est pas convaincu qu'il ne sait pas, il n'éprouve pas le besoin d'apprendre. Il y a donc lieu d'organiser la rencontre avec son ignorance. Ainsi que le dit Mercier :

> « Comment peut-on avoir besoin de chercher ce que l'on croit déjà connaître ? Par le fait qu'une institution parvient à nous persuader qu'on ne le connaît que très mal en nous faisant rencontrer notre ignorance et en nous offrant de la combler. » (Mercier 1996, p. 360)

Pour que l'élève puisse invalider son résultat, il importe qu'il ait les moyens de cette invalidation, c'est-à-dire que les conditions entourant le problème proposé lui permettent de juger par lui-même de la validité de la solution ou de la réponse. Il n'est pas toujours facile de concevoir de tels problèmes. Souvent, en raison d'implicites que les élèves ignorent et qui sont nécessaires à la reconnaissance de la résolution attendue, les problèmes proposés aux élèves ne leur permettent pas de conclure à la validité de la réponse obtenue [5], ce qui les contraint à s'en remettre au professeur pour savoir si la réponse est valide ou non. Mais quand on arrive à créer (ou à trouver) des problèmes propices à la remise en question par les élèves de ce qu'ils croyaient pouvoir utiliser, ils en viennent à réclamer la nouvelle connaissance.

3.3. Rejeter la connaissance-obstacle, levier de l'apprentissage

Après avoir identifié une connaissance-obstacle, après l'avoir sollicitée en dehors de son domaine de validité de manière à faire rencontrer l'ignorance et à susciter le désir d'apprendre de ses élèves, reste à faire développer une connaissance adéquate en s'appuyant sur l'ancienne dont le rejet sera constitutif du savoir. Pour illustrer cela, revenons à la tâche de départ que j'utilisais dans mes cours de didactique.

Cette tâche de composition de problème a été conçue pour mettre en jeu la connaissance-obstacle *la division est un partage*, inadéquate dans le cas d'une division par une fraction, afin de déstabiliser les étudiants et étudiantes en enseignement et de leur faire rencontrer l'ignorance. Et ils la rencontrent !

En effet, comme les productions retenues l'ont montré, les étudiants et les étudiantes tentent de trouver un contexte de partage pour l'opération demandée, mais n'y arrivent pas. Leur connaissance de la division dans son sens de partage semble faire obstacle au déploiement d'une connaissance plus adéquate. Ils réalisent que ça ne fonctionne pas et le disent parfois en autant de mots, comme on l'a vu plus tôt : *Ça ne marche pas…* Leur difficulté, voire leur incapacité, à rédiger un tel problème crée un choc. Ils rencontrent leur ignorance. Ce choc de l'ignorance

5. Par exemple, le problème suivant, tiré de AlloProf, où le rythme constant nécessaire à la reconnaissance d'un modèle proportionnel reste implicite : *Simone plante des fleurs sur son terrain. Aujourd'hui, elle a travaillé pendant 4 heures et a réussi à planter les fleurs de 24 boîtes. Combien de boites de fleurs réussira-t-elle à planter si, demain, elle n'a que 3 heures à consacrer à cette tâche ?*

sert alors de levier à l'apprentissage. La limite du domaine de validité se dessine, le désir de savoir se manifeste.

Il est important de mentionner que c'est la tâche de **composer** un problème dont la solution demande une division par une fraction qui déstabilise les étudiants et les étudiantes en enseignement. S'il s'était agi de résoudre plutôt que de composer un tel problème, ils auraient réussi [6]. En effet, bien qu'ils aient sûrement déjà résolu des problèmes où la division se concevait comme un partage, un groupement, un rapport ou un autre sens, ils n'ont généralement pas eu l'occasion d'expliciter ces différents sens ni, par conséquent, senti le besoin de faire les distinctions entre ces diverses conceptions de la division et encore moins d'en définir les domaines de validité. Ce n'est que confrontés à l'impossibilité de trouver un contexte qui appelle une division par une fraction que leur besoin de savoir est né. Ce qu'ils expérimentaient de manière implicite (un partage, un groupement, un rapport ou autre) devra maintenant s'expliciter pour pouvoir être utilisé dans leur travail d'enseignement. Bien que ces différents sens ne soient habituellement pas explicités dans les cours de maths, il est essentiel pour les futurs enseignants et enseignantes de connaître ces distinctions, non pas pour les enseigner à leurs élèves, mais pour s'assurer de leur présenter une richesse de contextes qui toucheront à tant au partage qu'au groupement ainsi qu'aux autres sens, et ce, dès le travail dans les nombres naturels.

Reste à organiser une situation de classe qui amènera les futurs enseignants et enseignantes à trouver des contextes mettant en jeu une division par une fraction, puis à caractériser ces contextes en fonction du sens de la division qui est alors sollicité. Cela peut se faire par des discussions entre les étudiants et étudiantes afin de déterminer lesquelles de leurs productions conviennent ou non et pourquoi. Il s'agit alors, en quelque sorte, de faire faire par la classe le travail de validation et d'invalidation des diverses productions. Les échanges, les arguments et les conclusions servant alors à distinguer les différents sens (partage, groupement, rapport, etc.), à les caractériser en fonction de leur domaine de validité et à en définir ainsi les espaces et les limites d'usage.

Les futurs enseignants et enseignantes en identifiant explicitement d'autres sens à la division que le partage, en distinguant les domaines de validité de chacun de ces sens et en en traçant les limites, enrichissent leur connaissance de la division. Le rejet de la connaissance-obstacle *la division est un partage*, pour les problèmes de division par une fraction, devient alors constitutif de la connaissance de la division que les futurs enseignants et enseignantes développent. Ce rejet du sens de partage, pour les problèmes qui sortent de son domaine de validité, informe sur la division et peut conduire à se questionner sur d'autres sens possibles de la division selon les contextes.

En conclusion, c'est autant par la reconnaissance de ce qui fonctionne que par celle de ce qui ne fonctionne pas que la connaissance s'enrichit.

6. Un peu comme on comprend une langue sans pouvoir la parler, ou on comprend une preuve mais on n'aurait pas pu la produire.

Bibliographie

AlloProf, https://www.alloprof.qc.ca/fr/eleves/bv/mathematiques/la-resolution-de-situations-directement-ou-invers-m1429, page consultée le 28 septembre 2026.

Bachelard, G. (1938). *La formation de l'esprit scientifique*. Paris : Vrin.

Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(2), 165–198.

Brousseau, G. (1988). Les différents rôles du maître. *Bulletin de l'Association Mathématique du Québec*, 28(2), 14–24.

Duroux, A. (1983). La valeur absolue. Difficultés majeures pour une notion mineure. *petit x*, no 3, 43–67.

Mercier, A. (1996). La création d'ignorance, condition de l'apprentissage. *Revue des sciences de l'éducation*, 22(2), 345–363.