Association Mathématique du Québec

Enseignement des mathématiques au primaire

Cette nouvelle chronique du bulletin AMQ s'adresse particulièrement aux enseignants du primaire. Ses deux auteurs, Laurent Theis et Nicole Gagnon, vont s'y positionner par rapport à divers enjeux touchant l'enseignement des mathématiques au primaire.

Laurent Theis est professeur en didactique des mathématiques à l'Université de Sherbrooke. Il est impliqué dans la formation initiale des enseignants du primaire. Il s'intéresse particulièrement à la résolution de problèmes chez des élèves en difficultés et à l'enseignement des probabilités.

Nicole Gagnon est enseignante dans une classe de troisième cycle à l'école alternative « L'Écollectif », de la Commission scolaire de Sherbrooke. L'école dans laquelle elle enseigne mise sur le développement de l'autonomie à travers une pédagogie par projets. Nicole Gagnon dispose d'une longue expérience dans l'utilisation d'une approche par problèmes en mathématiques.

Cette année, les auteurs collaborent de manière intensive au développement, à l'expérimentation et à l'analyse de situations-problèmes mathématiques dans la classe de Nicole Gagnon.

Enjeux et limites de la contextualisation en enseignement des mathématiques : points de vue d'une praticienne et d'un chercheur

Laurent Theis,
Université de Sherbrooke
Nicole Gagnon, école « L'Écollectif »,
Commission scolaire de Sherbrooke

Depuis un certain temps, on peut remarquer une importance accrue accordée à la contextualisation et à l'ancrage dans la vie réelle des tâches proposées aux élèves. Cette tendance se retrouve d'abord dans les programmes de formation. Une des caractéristiques de la situation problème mathématique qui y est décrite est sa contextualisation (Gouvernement du Québec, 2006). Elle se traduit, dans les évaluations de fin de cycle au primaire, par un fort ancrage dans le réel des situations proposées pour les élèves. Le même phénomène peut être observé dans de nombreuses activités issues de manuels scolaires du primaire. Quelle est alors la fonction de cet ancrage dans le réel des activités proposées aux élèves du primaire ? Et comment influence-t-il l'apprentissage des concepts mathématiques sous-jacents ? Ce sont les questions que nous allons discuter, sous forme d'échange, dans cette chronique.

Laurent Theis : Lançons la discussion sur certains effets possibles du recours à des contextes de la vie réelle. En fait, je me demande si l'utilisation d'un contexte de la vie réelle facilite toujours l'apprentissage des élèves. Je vais utiliser deux exemples différents pour illustrer mes propos. Le premier est un exemple rapporté par Gellert (2009, p. 123). Le problème suivant, extrait d'un test standardisé et destiné à des élèves du primaire, y est analysé au regard de l'influence du contexte.

> *Voici la plaquette accrochée à un ascenseur dans une tour à bureaux.*
>
> *Cet ascenseur a une capacité de 14 personnes.*
>
> *En arrivant au bureau le matin, 269 personnes veulent prendre l'ascenseur. Combien d'allers-retours l'ascenseur doit-il faire ?*

Comme l'explique Gellert (2009), ce problème est très différent selon qu'il se passe dans la réalité ou qu'il devient une tâche scolaire. Si la situation se présentait réellement, on peut supposer que l'ascenseur ne serait pas toujours plein. En effet, si la file devant l'ascenseur est longue, un certain nombre de personnes vont choisir de prendre les escaliers au lieu de prendre l'ascenseur. Il devient donc très difficile de déterminer combien de voyages sont nécessaires pour que tout le monde arrive à son bureau. Dans un contexte scolaire, on s'attend par contre à ce que l'élève effectue une division (269 par 14) et qu'il arrive à arrondir le nombre de voyages à l'entier supérieur pour en arriver à un total de 20 voyages. On ne demande donc pas à l'élève de traiter la tâche en fonction de ce qui se passerait réellement dans le contexte annoncé, mais de traiter la situation selon des critères différents, « idéalisés », avec les ascenseurs toujours remplis à pleine capacité et personne qui ne perd patience.

Cet exemple permet de comprendre que, dans ce type de problèmes, le contexte contient une certaine dose de réalité, mais que cette réalité n'est pas la même lorsqu'on vit la situation réelle ou lorsqu'on doit traiter le problème scolaire. Gellert (2009) parle dans ce cas de la nécessité, pour l'élève, de trouver la bonne dose de réalité dont il doit tenir compte, et cette recherche n'est pas toujours évidente.

Un autre exemple intéressant peut provenir des situations d'évaluations ministérielles du troisième cycle du primaire. En 2005, une de ces situations, intitulée « des choix judicieux » (Gouvernement du Québec, 2005, p. 17), traitait de l'achat de vêtements en fonction d'une sortie scolaire. La tâche suivante y était proposée :

> *« Dans quelques jours, tu participeras à un camp de vacances estival. Au moment de faire ton sac de voyage, tu te rends compte que plusieurs de tes vêtements sont trop petits. Tes parents t'accordent un budget de 125 $ pour l'achat de nouveaux vêtements et pour tes dépenses personnelles durant ton séjour au camp. »*

Par la suite, on explique qu'il est important de varier l'habillement pour chacun des 7 jours, de sorte que l'élève ne porte pas toujours la même combinaison du vêtement du haut du corps avec celui du bas du corps. (On peut, par exemple, porter le même pantalon deux jours de suite, mais il faut alors varier le chandail, de façon à obtenir une combinaison différente). Des prix de vêtements dans plusieurs magasins, dont certains avec rabais, sont alors proposés.

Cette situation paraît comme étant très ancrée dans le réel, surtout que, dans le guide d'administration, le MELS suggère d'introduire la tâche par une discussion sur la préparation de bagages pour un voyage ou un camp de vacances. Or, ce qu'on demande comme tâche n'est pas vraiment conforme à ce qui se passerait en réalité. Ainsi, un des éléments centraux de la tâche est qu'il faut trouver des agencements différents des nouveaux vêtements pour chaque jour. Or, dans la réalité, il serait quand même étonnant que tous les vêtements soient trop petits en même temps et que des parents envoient leur enfant en camp de vacances avec un sac rempli de vêtements neufs (honnêtement, pour aller en camp de vacances, mes enfants partiraient plutôt avec du vieux linge par peur de se salir). L'enfant amènerait probablement quelques vêtements neufs et quelques-uns plus vieux qu'il peut encore porter. Comment utiliser les vieux vêtements dans la tâche pour comptabiliser les agencements ? Est-il permis de combiner un nouveau chandail avec un vieux pantalon ? Faut-il amener des vêtements supplémentaires, en prévision de pluie abondante ou si on en salit un ? Comment traiter l'information suivante : l'argent qui reste après l'achat des vêtements peut être utilisé pour des dépenses personnelles ? Dans la vraie vie, beaucoup d'enfants choisiraient probablement de porter de vieux vêtements au camp pour avoir plus d'argent de poche. Un tel raisonnement n'est ni accepté ni souhaité ici.

Comme pour la tâche précédente, l'élève doit être en mesure de décider du degré de réalité dont il doit tenir compte pour réussir la tâche. Il doit trouver que les combinaisons se font seulement entre les nouveaux vêtements (ce qui n'est pas annoncé explicitement) et que le montant qui reste pour les dépenses personnelles n'est pas important, en autant que les dépenses restent inférieures au budget fixé.

Je ne veux pas donner l'impression que je plaide en faveur de l'absence de tout contexte dans des tâches mathématiques. Mon argument est plutôt que ces contextes ne sont pas toujours neutres en ce qui concerne le traitement de la tâche et, ultimement, l'apprentissage. En fait, le traitement scolaire de la tâche est très différent du traitement « réel » du problème et l'enfant doit ajuster le degré de réalité qui lui permettra de le résoudre avec succès.

Nicole Gagnon : Afin d'éviter que les enfants n'aient à deviner le degré de réalité à utiliser dans les activités mathématiques que je leur propose, je suis toujours à l'affût de situations de la vie qui puissent permettre aux élèves de voir la nécessité des mathématiques. Par exemple, les élèves doivent se procurer du matériel scolaire en début d'année. J'ai donc présenté cette situation de la vie scolaire comme une situation-problème. Les élèves ont à remplir un bon de commande contenant tous les items qu'ils devront se procurer pour travailler durant l'année, comme des cahiers, un porte-mine, des surligneurs, etc. À cette situation, nous ajoutons des contraintes qui permettront aux élèves de développer certains concepts ou processus mathématiques, comme la division de nombres décimaux et le calcul de pourcentages. Je leur demande en effet d'acheter 3 cahiers Canada lignés, alors que le coût d'un paquet de 4 est de 0,79 $. Je leur demande également de calculer les taxes. Comme nous travaillons directement sur la réalité, il n'y a alors pas d'ambiguïté pour les enfants à comprendre comment ils doivent traiter le contexte.

Cela ne veut pas dire que je ne modifie jamais des éléments de la réalité. Prenons l'exemple du calcul des taxes. Nous avons demandé aux élèves de calculer des taxes de 5 % pour la TPS et de 7,5 % pour la TVQ. Normalement, la TVQ se calcule à partir de la somme du total partiel et de la TPS. Mais afin de proposer une situation de raisonnement proportionnel, nous avons demandé de calculer les deux taxes sur le total partiel. Ce choix a été fait pour permettre de faire un lien entre le montant de TPS qui représente 5 % et celui de la TVQ qui représente 5 % plus la moitié de 5 %. Et l'an prochain, même s'il y avait des changements à propos des taxes, nous ferons ce même choix pour travailler le raisonnement proportionnel.

Il est important selon moi que les situations-problèmes présentées aux élèves soient des situations réelles et pas seulement des situations réalistes. En effet, les examens du ministère sont des situations réalistes qui présentent un contexte, mais si on prend vraiment la peine d'analyser ces situations, on se rend compte qu'elles ne tiennent pas réellement compte de la réalité. Par exemple le problème des achats pour le camp de vacances. Pour faire travailler mes élèves sur des achats, l'an passé, nous avons décidé de fabriquer des biscuits de Noël que nous avons vendus dans des boîtes-cadeaux. Ces biscuits et boîtes-cadeaux ont été réellement fabriqués par les élèves. Ces derniers ont eu besoin de calculer au préalable combien de recettes étaient nécessaires pour fabriquer 1000 biscuits, de calculer la quantité d'ingrédients nécessaires et d'en trouver le coût. Nous avons ensuite travaillé les développements des solides pour fabriquer des boîtes-cadeaux de différentes formes.

Pourquoi est-ce important pour moi de contextualiser les apprentissages en mathématique ? La phrase que j'utilise souvent avec les élèves est : est-ce que ça a du sens ? Ou encore, je leur demande de se faire une image dans leur tête, de faire un dessin qui représente le problème. Il est plus facile de se faire une image s'il y a un contexte. Pour des élèves en difficulté, il est plus facile de répondre à une question s'ils peuvent se faire des images. Par exemple, est-ce que ça a du sens qu'en divisant 286 billes entre 14 personnes, chacune en ait 20 et qu'il en reste 6 ? Si l'élève fait correctement l'algorithme de la division et qu'il oublie la virgule, sa réponse pourrait être 204. Quand on est uniquement en mathématique, l'élève en difficulté ne se posera sans doute pas de question sur le résultat, mais s'il s'agit de billes ou de personnes à faire monter en ascenseur, il verra plus facilement que chaque enfant ne pourra avoir plus de 20 billes s'il y en a 286 en tout.

Par contre, je crois qu'il est par la suite très important d'en arriver à faire de la mathématique pour la mathématique. On dit alors qu'on « joue » avec les mathématiques. C'est ce qu'on fait quand on fait du calcul mental, qu'on joue avec les régularités, avec les propriétés des opérations.

Laurent Theis : Je retiens deux idées fortes de ta réaction. D'une part, l'utilité du contexte pour donner un sens aux mathématiques. Il serait effectivement difficile d'envisager de toujours faire des mathématiques complètement décontextualisées, surtout au primaire, et le contexte permet d'une certaine façon de montrer l'utilité des concepts mathématiques impliqués. Ceci est d'ailleurs vrai à différents degrés selon les objets mathématiques qu'on étudie. Les statistiques par exemple seraient difficiles à envisager sans la présence d'un contexte. Bien sûr, il serait théoriquement possible de s'intéresser aux différents outils statistiques en dehors de tout contexte, mais, pour reprendre tes termes, cela n'aurait pas de sens. Les statistiques – et cela inclut celles abordées au primaire – ne prennent leur sens qu'à l'intérieur d'un certain contexte.

D'autre part, tu as également mentionné l'importance, pour toi, de présenter des contextes les plus proches possible du vécu des élèves et les plus « réels » possible. Je trouve cette idée intéressante, puisque la difficulté principale que mes exemples posent est l'interprétation différente du contexte dans la vraie vie et dans la tâche scolaire. Tes exemples évitent en quelque sorte cette difficulté, puisqu'ils s'inscrivent directement dans la réalité de ta classe. Dans les exemples que tu décris, il n'y a pas de décalage entre la vraie vie et le traitement scolaire de la tâche.

Comme je l'ai constaté depuis que je travaille avec toi dans ta classe, une telle approche n'est cependant pas toujours facile à mettre en place. Par exemple, il est très difficile de trouver ce type de situations pour certains concepts, et particulièrement pour les fractions. Celles-ci sont utiles parce qu'elles permettent d'avoir ultérieurement des entrées différentes dans l'apprentissage de l'algèbre et des probabilités, et qu'elles permettent d'aborder, au secondaire, les rapports et les proportions, mais on ne les retrouve que très peu dans la vie de tous les jours. (Et je pense qu'on peut écarter le contexte des « tartes » ou des « pizzas » comme contexte signifiant puisque, dans la vie de tous les jours, on les traite en termes de pointes et non de fractions.) Une telle approche est difficile à implanter pour tous les concepts mathématiques.

L'autre difficulté dont il faut tenir compte dans cette approche est qu'il est important, même si la situation est tirée de la vie réelle, de bien baliser les contraintes que pose la situation, afin de rendre les enjeux conceptuels qu'elle contient intéressants. Si je reprends ton exemple d'achat de matériel, tu pars d'une situation de la vie réelle, mais en même temps, nous avons « arrangé » les nombres impliqués pour que les enfants puissent travailler sur les difficultés que nous voulions qu'ils travaillent. Travailler des situations de la vraie vie n'enlève donc pas la nécessité de bien « mettre en forme » la situation pour qu'elle permette des apprentissages riches chez les élèves, et ce travail n'est pas toujours facile.

Finalement, il n'est pas toujours évident que l'outil mathématique qu'on veut que les élèves travaillent dans une situation de la vie réelle soit toujours le plus adapté pour résoudre un problème. Je pense ici à un exemple tiré d'un texte de Minassian et Munoz (2009). Les auteurs y relatent un exemple tiré d'une formation professionnelle destinée à de futurs agriculteurs. Ceux-ci devaient y calculer le périmètre d'une fosse à purin afin de l'entourer d'une clôture. Les élèves refusent alors de traiter la tâche sous un angle mathématique, en ayant recours au calcul d'un périmètre. Ils argumentent que, dans la vraie vie, ils feraient simplement le tour de la fosse à pied, avec un ruban à mesurer, pour trouver une mesure approximative. Pour eux, il n'est pas nécessaire de calculer le périmètre exact, puisque d'une part, la clôture ne se vend pas au mètre, mais sur de grands rouleaux, et d'autre part ils peuvent sûrement utiliser les excédents de clôtures ailleurs sur la ferme. Dans cet exemple, malgré un fort ancrage dans le réel, les élèves n'ont pas utilisé les outils mathématiques souhaités. Cet exemple peut servir d'argument en faveur d'un balisage fort des situations proposées afin de s'assurer que les élèves travaillent les concepts visés.

Nicole Gagnon : les fameuses fractions !

Nous avons souvent une discussion autour de la nécessité d'utiliser des fractions ordinaires dans la vie de tous les jours. Je ne crois pas non plus que les tartes ou les pizzas soient un bon exemple de l'utilisation des fractions.

À part le domaine de la construction, où on parle encore en demi ou trois quarts de pouces, il y a peut-être... les recettes. D'ailleurs, dans l'exemple dont je parlais plus haut avec les biscuits de Noël, les élèves ont eu à multiplier des fractions pour faire suffisamment de recettes pour les 1000 biscuits. Nous avions également mis comme contraintes de faire le tiers des biscuits en pain d'épices et les deux tiers en sablés, qui sont plus petits et que nous vendions en boîtes de 12 plutôt que de

6 pour les pains d'épices. Les élèves ont donc eu à jouer avec le « 1000 » qui ne se divise pas par trois et qui n'est pas non plus un multiple de 6 ou de 12, quantités que nous voulions mettre dans les boîtes. Certains ont alors modifié le nombre total pour choisir 999 ou 1002 biscuits puisque ces deux nombres se divisent bien par 3. Mais par la suite, quand il a fallu trouver combien de boîtes de chaque sorte il fallait confectionner, ils ont dû trouver un multiple de 6 ou de 12 pour en arriver finalement à 55 boîtes de chaque sorte, ce qui donne 330 pains d'épices et 660 sablés, pour un total de 990 biscuits.

Mais je suis d'accord qu'il n'est pas essentiel de toujours présenter ces concepts en situation réelle. Il m'arrive régulièrement d'amener les élèves à jouer avec les mathématiques. Et les fractions se prêtent très bien à ce genre de jeux. Il n'est pas nécessaire d'avoir un contexte pour mettre des fractions en ordre ou encore pour faire l'addition de fractions. Par contre, il sera important de permettre la manipulation en mettant à la disposition des élèves du matériel, ou encore en les laissant dessiner.

Le matin, je fais régulièrement des capsules mathématiques durant lesquelles je peux demander du calcul mental, ou encore je leur présente un problème purement mathématique. Les problèmes que je propose alors sont en lien avec des concepts qui ont été travaillés durant la situation-problème.

Pour conclure, je dirais que dans ma pratique, j'ai constaté que les élèves s'approprient plus facilement les nouveaux concepts si je les place en situation-problème qui soit directement reliée à leur réalité, comme les achats à la procure ou encore la confection de biscuits de Noël qu'ils vendront vraiment dans le cadre d'une campagne de financement. Pour eux, la tâche a du sens, ils s'y investissent donc plus facilement et ont envie de faire l'effort de comprendre un concept parfois difficile, surtout s'ils éprouvent des difficultés en mathématiques. Ils veulent se rendre au bout de la tâche parce qu'elle a une finalité qui est essentielle à leur vie d'écolier.

Comme enseignant, on devient avec l'expérience de plus en plus à l'affût de ces situations qui permettent de mathématiser le réel.

Évidemment, cette approche doit être complétée par des activités qui sont plus purement mathématiques, d'abord parce qu'il y a des concepts qui sont plus difficiles à aborder dans des situations de la vie réelle, comme les exposants ou les priorités des opérations, parce qu'il faut pratiquer souvent pour devenir habile et développer des automatismes et qu'à travers une situation, on ne fera qu'une ou tout au plus quelques fois une même opération. Alors, pourquoi pas un bon équilibre entre situations réelles et activités purement mathématiques ?

Références

[1] Gellert, U. (2009). Zur Explizierung Strukturierender Prinzipien Mathematischer Unterrichtspraxis. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 30(2), 121-146.

[2] Gouvernement du Québec (2006). *Programme de formation de l'école québécoise, version approuvée. Éducation préscolaire, enseignement primaire*. Québec : Ministère de l'Éducation.

[3] Gouvernement du Québec (2005). Guide d'administration et de correction. Des choix judicieux. Prototype d'épreuve : Mathématique, fin du 3e cycle. Québec : Ministère de l'éducation, du loisir et des sports.

[4] Minassian, L. et Munoz, G. (2009). *« Partir de l'expérience et y rester » : un exemple de modalité de différenciation des publics de la formation en alternance*. Actes du colloque EMF 2009, Dakar.