Le chat de Schrödinger

Louis Marchildon,
Département de physique, UQTR

Résumé

La mécanique quantique, développée il y a 80 ans, a donné lieu à d'innombrables applications comme le laser, le transistor, la résonance magnétique, etc. Elle constitue la base de la plupart des champs de la physique contemporaine. Pourtant, lorsqu'on l'applique au processus de mesure d'une quantité microscopique, elle mène à des paradoxes dont aucune solution ne rallie l'ensemble des chercheurs. La situation a été représentée de façon saisissante en 1935 par Schrödinger, qui a montré qu'une application directe du formalisme conduit au résultat qu'un chat pourrait être à la fois mort et vivant. J'examine d'abord s'il est possible de résoudre le paradoxe tout en conservant le formalisme de la mécanique quantique. Je signale ensuite quelques perspectives intéressantes à propos d'objets relativement complexes qu'on a réussi à préparer dans une superposition d'états distincts.

1 Introduction

Le premier quart du vingtième siècle a été l'une des périodes les plus effervescentes de l'histoire de la physique. En 1905, Albert Einstein proposait la théorie de la relativité restreinte. Dix ans plus tard, il achevait le développement de la théorie de la relativité générale. Ces succès spectaculaires, toutefois, contrastent avec les difficultés que les physiciens rencontraient dans l'explication des propriétés microscopiques de la matière et du rayonnement. Le spectre d'émission d'un corps noir et les chaleurs spécifiques à basse température indiquaient que l'énergie n'avait, dans certaines circonstances, que des valeurs discrètes. Mais les spectres atomiques, à la fois si riches et si complexes, semblaient ne pouvoir s'expliquer par aucun modèle ni se réduire à aucune formule simple.

Le brouillard s'est levé, pour ainsi dire, en 1925–26. Werner Heisenberg, Erwin Schrödinger et Paul Dirac ont alors proposé une théorie radicalement nouvelle de la structure atomique : la mécanique quantique. Dans les décennies qui ont suivi, la théorie a donné lieu à d'innombrables applications tant en chimie et en génie qu'en physique. L'imagerie par résonance magnétique, l'énergie nucléaire, le transistor, le laser et bien d'autres techniques modernes n'auraient pas vu le jour sans le développement de la mécanique quantique. On a estimé que « 30 pour cent de la production de l'Europe et des États-Unis dérivent d'inventions qui en sont issues » [1].

Mais le brouillard s'est-il complètement dissipé ? Bien que tous les chercheurs s'accordent sur la façon d'utiliser la mécanique quantique dans des problèmes concrets, ils ne s'entendent pas sur la manière d'interpréter la théorie. À quel type d'objets se rapportent précisément les symboles du formalisme ? Comment comprendre certaines corrélations, inexplicables par le recours à une cause commune, entre des objets microscopiques séparés depuis longtemps (par rapport aux intervalles de temps caractéristiques des processus atomiques) ? Et comment rendre compte, par le formalisme de la mécanique quantique, de la mesure d'une quantité microscopique ? Quatre-vingts ans après le développement de la théorie, on comprend certes un peu mieux chacune de ces questions, mais on n'a de réponse définitive à aucune.

C'est au problème de la mesure, c'est-à-dire à la troisième de ces questions, que je vais plus particulièrement m'attacher dans les pages qui suivent. Identifié rapidement, le problème a été mis en relief de façon particulièrement vive par Schrödinger en 1935 [2], à travers les mésaventures d'un animal domestique auquel son nom est maintenant rattaché.

2 Propriétés de la mécanique quantique

Les postulats de la mécanique quantique, son formalisme et ses règles d'interprétation sont développés dans de nombreux manuels (par exemple [3]). Rappelons ici trois éléments qui vont nous permettre de comprendre le problème de la mesure.

2.1 Le vecteur d'état

L'état d'un système quantique (un électron, un atome, etc.) est entièrement décrit par un vecteur dans un espace vectoriel complexe (spécifiquement, un espace de Hilbert). Il s'agit déjà d'une différence marquée avec la mécanique classique, où la représentation d'un état (par la position et la vitesse d'une particule, par les valeurs du champ électrique, etc.) se fait toujours à travers des nombres réels. Ces valeurs réelles correspondent en général à des quantités mesurables. En mécanique quantique, par contre, le vecteur d'état n'est pas directement mesurable. Il sert toutefois à prédire la probabilité que la mesure d'une quantité physique associée au système quantique (son énergie, sa position, etc.) donne tel ou tel résultat.

Les physiciens utilisent une notation bien particulière pour représenter un vecteur d'état, au moyen d'un symbole placé entre une ligne verticale et un crochet angulaire (par exemple $|\psi\rangle$). Dans certains cas, le symbole représentera la valeur d'une quantité physique. Ainsi, le vecteur $|E\rangle$ représente un état où l'énergie est bien définie et a la valeur E. Cela signifie qu'une mesure de l'énergie dans l'état $|E\rangle$ donnera avec certitude le résultat E.

2.2 Le principe de superposition

Les vecteurs d'état satisfont à ce qu'on appelle le *principe de superposition*. Ceci signifie que si $|E_1\rangle$ et $|E_2\rangle$ sont deux vecteurs d'état possibles, où $E_1 \neq E_2$, toute combinaison linéaire de ces vecteurs, comme

$$|\psi\rangle = c_1|E_1\rangle + c_2|E_2\rangle, \tag{1}$$

est aussi un vecteur d'état possible. En fait, tous les vecteurs appartenant à l'espace de Hilbert associé au système quantique sont des vecteurs d'état possibles.

Quelle peut bien être la signification physique d'un vecteur comme celui de l'équation (1) ? Ici les avis diffèrent, mais l'opinion la plus communément admise affirme que ce vecteur représente un état physique où l'énergie n'a pas de valeur bien définie. Cela dit, l'un des postulats de la mécanique quantique énonce que la mesure de l'énergie d'un système dans l'état (1) donnera ou bien la valeur E_1 ou bien la valeur E_2 avec, respectivement, des probabilités proportionnelles aux carrés absolus $|c_1|^2$ et $|c_2|^2$ des coefficients complexes c_1 et c_2. Ce postulat fondamental, sur lequel tous s'entendent, s'appelle la *règle de Born*.

2.3 L'évolution temporelle

En mécanique classique, la trajectoire d'une particule est régie par la seconde loi de Newton, $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$. En mécanique quantique, l'évolution temporelle du vecteur d'état s'effectue par l'action d'un opérateur unitaire (et donc linéaire). Spécifiquement, si $|\psi(t_0)\rangle$ représente l'état d'un système quantique à l'instant t_0, alors le vecteur d'état $|\psi(t)\rangle$ du système à l'instant t sera donné par

$$|\psi(t)\rangle = u(t, t_0)|\psi(t_0)\rangle. \tag{2}$$

L'opérateur unitaire $u(t, t_0)$ s'appelle *l'opérateur d'évolution*. Il dépend des deux instants indiqués, mais ne dépend pas de l'état initial du système quantique.

3 La mesure

À plusieurs reprises déjà, nous avons introduit le terme de mesure. Comment rendre compte de la mesure d'une quantité physique attachée à un objet microscopique, telle l'énergie d'un atome ? Est-il possible de le faire en restant complètement à l'intérieur du formalisme de la mécanique quantique ? Ceux qui croient que cette théorie a une portée universelle répondent affirmativement à la seconde question.

Supposons donc qu'on veuille mesurer l'énergie d'un système quantique $\mathcal{S}$, disons un atome, au moyen d'un appareil $\mathcal{M}$. Pour autant que la mécanique quantique a une portée universelle, on devrait pouvoir décrire l'appareil par son formalisme. On peut en fait donner un modèle très simplifié du processus de mesure comme suit. À tout instant, l'état de l'appareil est représenté par un vecteur dans l'espace de Hilbert approprié. Étant donné que l'appareil est un objet macroscopique, son espace de Hilbert est énormément plus compliqué que l'espace de Hilbert de l'atome, un peu comme la description classique d'un ensemble de milliards de particules est beaucoup plus compliquée que la description d'une seule. Quoi qu'il en soit, l'état de l'appareil avant la mesure (disons à l'instant t_0) est representé par un vecteur que nous noterons $|\alpha_0\rangle$.

Pour fonctionner comme un apparail de mesure fiable, $\mathcal{M}$ doit comporter un indicateur qui permet de distinguer les différentes valeurs que peut prendre la quantité physique, liée à $\mathcal{S}$, que nous voulons mesurer. Si, par exemple, l'aiguille d'un cadran constitue l'indicateur, son déplacement angulaire sera typiquement proportionnel à la valeur de la quantité mesurée. Ainsi, des valeurs E_1 et E_2 provoqueront des déplacements α_1 et α_2, avec $\alpha_2/\alpha_1 = E_2/E_1$.

Étant donné que l'appareil de mesure est traité par le formalisme de la mécanique quantique, il doit y avoir des vecteurs de l'espace de Hilbert qui correspondent aux états où l'appareil marque α_1 ou α_2. Désignons ces vecteurs par $|\alpha_1\rangle$ et $|\alpha_2\rangle$. Supposons qu'à l'instant t_0, le vecteur d'état de $\mathcal{S}$ soit égal à $|E_1\rangle$, et que la mesure ait lieu entre t_0 et t. Le processus dynamique de la mesure est alors représenté par

$$|E_1\rangle|\alpha_0\rangle \longrightarrow U(t,t_0)|E_1\rangle|\alpha_0\rangle = |E_1\rangle|\alpha_1\rangle. \tag{3}$$

Cette relation signifie qu'après l'interaction de l'atome et de l'appareil, l'indicateur a été dévié de l'angle α_1 caractéristique de la valeur E_1. De la même façon, si le vecteur d'état de l'atome à l'instant t_0 est égal à $|E_2\rangle$, le processus de mesure sera représenté par

$$|E_2\rangle|\alpha_0\rangle \longrightarrow U(t,t_0)|E_2\rangle|\alpha_0\rangle = |E_2\rangle|\alpha_2\rangle. \tag{4}$$

Jusqu'à présent, tout va bien. Qu'arrive-t-il, toutefois, si le vecteur d'état initial de $\mathcal{S}$ est une superposition comme celle de l'équation (1) ? Selon les règles de la mécanique quantique, rien ne l'interdit. Dans ce cas, le vecteur d'état de l'atome et de l'appareil à t_0 est donné par[1]

$$|\Psi(t_0)\rangle = (c_1|E_1\rangle + c_2|E_2\rangle)|\alpha_0\rangle. \tag{5}$$

Le vecteur d'état à l'instant t s'obtient par l'action de l'opérateur d'évolution $U(t,t_0)$. Utilisant les équations (3) et (4) et la propriété de linéarité de U, on trouve aisément que

$$|\Psi(t)\rangle = U(t,t_0)(c_1|E_1\rangle + c_2|E_2\rangle)|\alpha_0\rangle = c_1|E_1\rangle|\alpha_1\rangle + c_2|E_2\rangle|\alpha_2\rangle. \tag{6}$$

Voilà le vecteur d'état de l'atome et de l'appareil à l'instant t. Mais alors rien ne va plus ! D'après le membre de droite de (6), l'indicateur de l'appareil n'a pas une valeur bien définie, puisque le vecteur d'état comporte à la fois la déviation α_1 et la déviation α_2. Le traitement de l'appareil de mesure comme un système quantique semble donc conduire à un résultat qui ne correspond pas à l'expérience, où les indicateurs ont toujours des déviations bien définies.

Pour rendre le paradoxe encore plus aigu, Schrödinger a imaginé le dispositif suivant. Dans une enceinte close, on enferme un chat et un atome radioactif dont la demi-vie est égale à une heure. Ceci signifie qu'après une heure, la probabilité que le noyau de l'atome se soit désintégré est égale à 0.5. Dès que la désintégration a lieu, elle stimule un détecteur qui déclenche dans l'enceinte la diffusion d'un poison mortel [4].

[1] J'utilise un psi majuscule pour représenter le vecteur d'état de l'atome et de l'appareil, par opposition au psi minuscule de l'équation (1) qui représente le vecteur d'état de l'atome seulement. La même remarque vaut pour l'opérateur d'évolution.

Voyons comment la mécanique quantique décrit ce qui se passe. Au bout d'une heure, le vecteur d'état de l'atome est donné par

$$|\psi(t=1)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|\psi_{\mathrm{i}}\rangle + |\psi_{\mathrm{d}}\rangle\}. \tag{7}$$

Ici, le vecteur $|\psi_{\mathrm{i}}\rangle$ représente un état où l'atome reste intègre, tandis que $|\psi_{\mathrm{d}}\rangle$ représente un état où il s'est désintégré. Le carré du facteur $1/\sqrt{2}$, c'est-à-dire 0.5, est égal à la probabilité que l'atome se soit désintégré au bout d'une heure.

La préparation du dispositif implique que si l'atome s'est désintégré, le chat est mort, tandis que si l'atome reste intègre, le chat est vivant. Ainsi, le fait que l'atome n'est pas dans un état bien défini d'intégrité ou de désintégration se transporte sur le chat. Spécifiquement, après une heure, le vecteur d'état de l'atome et du chat est donné par

$$|\Psi(t=1)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|\psi_{\mathrm{i}}\rangle|\mathrm{vivant}\rangle + |\psi_{\mathrm{d}}\rangle|\mathrm{mort}\rangle\}. \tag{8}$$

Ici, le vecteur $|\mathrm{vivant}\rangle$ représente l'état d'un chat vivant, et le vecteur $|\mathrm{mort}\rangle$ l'état d'un chat mort. Selon (8), le chat ne paraît ni vivant ni mort, conclusion manifestement absurde.

4 Tentatives de solution

Le paradoxe du chat de Schrödinger consiste en ce que le sens commun nous indique que le chat est soit vivant soit mort, tandis que la mécanique quantique prédit, semble-t-il, que le chat n'est ni vivant ni mort. Peut-on résoudre ce paradoxe ? On a proposé plusieurs solutions, mais aucune ne paraît complètement satisfaisante. En voici quelques-unes.

4.1 L'effondrement du vecteur d'état

Dans son célèbre ouvrage sur les fondements de la mécanique quantique [5], John von Neumann a proposé que l'évolution temporelle du vecteur d'état n'est pas toujours représentée par l'effet d'un opérateur unitaire. Von Neumann a postulé que, dans le contexte d'une mesure, la superposition d'états macroscopiquement distincts de l'appareil s'effondre, pour ainsi dire, sur un seul d'entre eux. Spécifiquement, le membre de droite de l'équation (6) se transforme brusquement, à la fin de la mesure, en un seul de ses termes. Lequel des deux termes subsistera ? Le résultat est purement aléatoire, les probabilités respectives étant proportionnelles aux carrés absolus des coefficients.

Dans le dispositif du chat de Schrödinger, quelque chose constitue un appareil de mesure. Est-ce le détecteur de radioactivité, le déclencheur de poison ou le chat lui-même ? Peu importe, mais dans tous les cas la superposition (8) s'effondre sur un seul de ses termes. À tout instant, le chat est soit vivant soit mort.

Bien que l'effondrement du vecteur d'état résolve le paradoxe, il laisse beaucoup de questions sans réponses. Qu'est-ce qui, précisément, constitue un appareil macroscopique ? Ou qu'est-ce qui détermine les grandeurs physiques qui ont des valeurs bien définies ?

4.2 L'interprétation de Copenhague

Heisenberg, et surtout Niels Bohr ont développé une interprétation de la mécanique quantique que la plupart des physiciens ont longtemps tacitement acceptée. Elle porte le nom de la ville où se trouvait le célèbre institut de recherche de Bohr.

Dans l'interprétation de Copenhague, la mécanique classique est logiquement antérieure à la mécanique quantique, et la première est indispensable à la formulation de la seconde. En particulier, on doit nécessairement décrire un appareil de mesure par le formalisme de la mécanique classique. Seule cette dernière fournit le langage clair requis pour la communication des résultats expérimentaux.

Le chat, nous l'avons vu à la section précédente, peut être considéré comme un appareil de mesure, ou il est à tout le moins corrélé à l'appareil que constitue le détecteur de radioactivité. Il doit donc avoir un comportement classique, ce qui signifie qu'à tout instant il est soit vivant soit mort.

L'interprétation de Copenhague a plusieurs variantes, et chacune suscite des interrogations. Dans une version, on considère que l'assemblage d'atomes et de molécules qui constitue un appareil macroscopique est toujours un objet classique. La question est alors, à partir de quelle masse précisément, ou de quelle dimension, un assemblage cesse-t-il d'être quantique pour devenir classique ? Dans une autre version, on considère qu'un assemblage d'atomes et de molécules est classique s'il sert d'appareil, et quantique si on veut l'analyser de manière fondamentale. Le problème consiste alors à formuler de manière cohérente ces deux points de vue apparemment contradictoires.

4.3 Paramètres cachés

La description d'un système quantique par le vecteur d'état ne permet pas de faire des prédictions catégoriques à propos des résultats de mesure. On ne sait pas si l'atome radioactif va se désintégrer dans l'heure qui vient, on ne peut en spécifier que la probabilité.

Peu après le développement de la mécanique quantique, plusieurs se sont demandé si elle donnait véritablement une description complète des processus naturels. Se pourrait-il que cette théorie ne fournisse qu'une partie de la description, et que celle-ci puisse être complétée de manière à restaurer le déterminisme classique ?

Cette idée a été proposée en 1927 par Louis de Broglie, et davantage élaborée par David Bohm en 1952 [6]. Bohm associe à chaque particule une trajectoire précise et déterministe. Cette trajectoire est régie par des lois qui ressemblent à celles de la mécanique classique, avec toutefois un terme supplémentaire que Bohm appelle le *potentiel quantique*. Dans la théorie de Bohm, on ne peut connaître avec précision la position initiale d'une particule. On n'en connaît que la distribution de probabilité. La position exacte est ainsi appelée un *paramètre caché*. En choisissant bien la distribution de probabilité, et en tenant compte du potentiel quantique, Bohm réussit à reproduire tous les résultats statistiques de la mécanique quantique.

Ici, le paradoxe du chat est résolu de façon très naturelle. Le moment où l'atome radioactif va se désintégrer est entièrement déterminé par la valeur initiale des paramètres cachés de toutes ses particules. À tout instant, et bien qu'on ne puisse pas en faire la prédiction, ou bien l'atome est intègre, ou bien il s'est désintégré. Et le chat, dont la santé est parfaitement corrélée à l'état de l'atome, est à tout instant vivant ou mort.

Malheureusement, la théorie de Bohm présente des particularités que plusieurs rejettent. Ainsi, elle permet qu'une particule agisse instantanément sur une autre qui en est arbitrairement éloignée (sans toutefois que cette action serve à la transmission d'information). De plus, il semble très difficile de formuler l'approche de Bohm de manière entièrement cohérente avec la théorie de la relativité restreinte.

4.4 Mondes multiples

Von Neumann a postulé qu'après la mesure, un seul terme de l'équation (6) subsiste. À l'opposé, et pour conserver l'évolution unitaire du vecteur d'état, Hugh Everett [7] a proposé que tous les termes demeurent. On a par la suite donné plusieurs versions de son hypothèse, la plus audacieuse étant sans conteste celle des *mondes multiples*. À chaque mesure d'une quantité physique, l'univers entier se scinderait en plusieurs copies. Dans chacune de celles-ci, l'appareil marquerait un résultat bien défini. Dans l'expérience du chat, on retrouverait au moins deux univers distincts au bout d'une heure, avec un chat vivant dans l'un et un chat mort dans l'autre. Complètement séparés, ces deux univers n'auraient aucune interaction.

L'hypothèse d'Everett peut aussi se formuler dans un seul univers au moyen d'états de conscience multiples, ou en termes de différents secteurs indépendants du vecteur d'état. Tous ces points de vue, cependant, n'attaquent pas aussi efficacement le problème de la mesure, qui semble malheureusement mieux résolu dans les versions les plus extravagantes.

5 Limites du principe de superposition

Presque tous s'accordent sur l'absurdité d'une situation où un chat ne se trouve ni vivant ni mort, ou sur l'impossibilité qu'un appareil macroscopique indique en même temps deux valeurs distinctes. On ne s'entend pas, cependant, sur la possibilité d'éliminer ces situations en conservant intégralement le formalisme de la mécanique quantique.

Ce problème, d'apparence purement conceptuelle, soulève toutefois une question particulièrement fructueuse. Il semble bien établi que l'état d'objets aussi petits que des électrons ou des atomes se décrit par un vecteur comme (1). On peut donc raisonnablement se demander jusqu'où, c'est-à-dire avec des objets de quelle taille, peut-on réaliser de telles superpositions ? Les chercheurs font présentement là-dessus des progrès marqués. Au cours de la dernière décennie, on a réussi à préparer des états superposés de systèmes qui ne sont certes pas macroscopiques, mais qui contiennent une quantité non négligeable de particules élémentaires. Pour donner quelques exemples, on a préparé un ion de béryllium dans un état qui fait intervenir la superposition de deux états distants d'environ 80 nanomètres [8], c'est-à-dire plusieurs centaines de fois le rayon de l'ion. On a procédé à l'interférence de fullerènes [9], molécules qui contiennent soixante atomes de carbone. Et on a préparé des SQUIDs (Superconducting Quantum Interference Devices) dans des états correspondant à la superposition de deux flux magnétiques distincts [10]. Ces flux sont associés à des courants de quelques microampères circulant dans des directions opposées.

Dans les décennies à venir, la mécanique quantique pourrait nous offrir une autre application révolutionnaire, l'ordinateur quantique. On pense que de tels ordinateurs résoudraient certains types de problèmes beaucoup plus rapidement que les ordinateurs classiques [11]. La possibilité de réaliser un ordinateur quantique dépend crucialement de la validité du principe de superposition, pour des systèmes comportant des centaines ou des milliers de particules. En quelque sorte, les ordinateurs quantiques seraient des versions mésoscopiques du chat de Schrödinger. Leur réalisation constituera l'un des tests les plus sévères de la validité de la mécanique quantique.

Remerciements

Je remercie le Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada de son soutien financier.

Références

[1] M. Tegmark et J. A. Wheeler, "100 ans de mystères quantiques," Pour la science, N° 282, 82–90 (avril 2001).

[2] E. Schrödinger, "The present situation in quantum mechanics," traduction anglaise parue dans Proceedings of the American Philosophical Society **124**, 323–338 (1980).

[3] L. Marchildon, *Mécanique quantique* (De Boeck, Bruxelles, 2000).

[4] Une recherche sur la toile de l'expression "Schrödinger's cat" conduira à plusieurs représentations imagées de la situation du chat.

[5] J. von Neumann, *Les fondements mathématiques de la mécanique quantique* (Félix Alcan, Paris, 1946).

[6] D. Bohm, "A suggested interpretation of the quantum theory in terms of 'hidden' variables (I et II)," Physical Review **85**, 166–193 (1952).

[7] H. Everett III, "'Relative state' formulation of quantum mechanics," Reviews of Modern Physics **29**, 454–462 (1957).

[8] C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King et D. J. Wineland, "A 'Schrödinger cat' superposition state of an atom," Science **272**, 1131–1136 (1996).

[9] M. Arndt, O. Nairz, J. Vos-Andreae, C. Keller, G. van der Zouw et A. Zeilinger, "Wave-particle duality of C_{60} molecules," Nature **401**, 680–682 (1999).

[10] J. R. Friedman, V. Patel, W. Chen, S. K. Tolpygo et J. E. Lukens, "Quantum superposition of distinct macroscopic states," Nature **406**, 43–46 (2000).

[11] M. A. Nielsen et I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge University Press, Cambridge, 2000).