
Énigmes et jeux mathématiques

Énigmes mathématiques pour les jeunes

CHRONIQUEUR : PAUL TOUTOUNJI,
ÉCOLE SECONDAIRE ANTOINE-DE-SAINT-EXUPÉRY

1. Effectuer le produit suivant :

$$(1 - 1/2^2) * (1 - 1/3^2) * (1 - 1/4^2) * \dots * (1 - 1/2008^2) =$$

2. Calculer la probabilité que deux individus ou plus soient nés exactement le même jour dans un groupe de 24 personnes.

3. Sophia décide de faire une course à bicyclette avec son amie Linda. Comme Sophia est plus rapide, elle laisse à son amie 30 minutes d'avance. Si Sophia roule à une vitesse moyenne de 30 km/h et que Linda va à 25 km/h, après combien de temps se rejoindront-elles et quelle distance leur restera-t-il à parcourir si la course est de 90 km ?

Solutions des énigmes parues dans le numéro de mars 2008

1. Soient : P , la masse du pot vide
 x , la masse de la confiture
 y , la masse du pétrole

On a donc le système suivant :

$$(1) \quad x + P = 1000 \text{ (car } 1 \text{ kg} = 1000 \text{ g)}$$

$$(2) \quad y + P = 700$$

$$(3) \quad x = 2y.$$

Substituant (3) dans (1), on obtient alors :

$$(1) \quad 2y + P = 1000$$

$$(2) \quad y + P = 700.$$

En résolvant ce système on a :

$$P = 400 \text{ g}$$

$$Y = 300 \text{ g}$$

$$X = 600 \text{ g.}$$

Le pot vide pèse donc 400 grammes.

2. La somme des sommes de Luigi.

Calculons la somme 1 :

$$\text{On a } S1 = 1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots$$

$$\text{D'où } S1 = 1/2 * (1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots).$$

Alors, en substituant, on obtient que

$$S1 = 1/2 * (1 + S1).$$

On résout et on trouve que $S1 = 1$.

On recommande le même procédé pour $S2$ et on trouve que

$$S2 = 1/4 * (3/2 + S2). \text{ On tire alors que } S2 = 1/2.$$

On recommence ainsi pour $S3$ et on tire que $S3 = 1/4$.

On peut alors déduire que la somme des sommes, appelons-la S_n , s'exprime par l'équation :

$$S_n = S1 + S2 + S3 + S4 + \dots$$

C'est-à-dire,

$$S_n = 1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots$$

Mais cependant, $1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots = S1 = 1$.

Donc $S_n = 1 + 1 = 2!$ La somme des sommes de Luigi égale donc 2.