

---

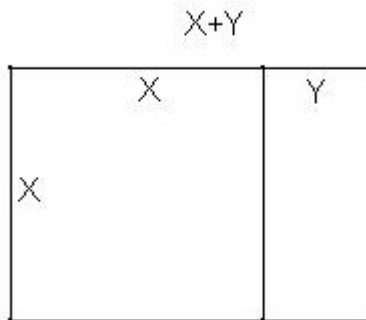
## Énigmes et jeux mathématiques

---

### Solutions aux quatre problèmes publiés dans le numéro de décembre 2007

CHRONIQUEUR : PAUL TOUTOUNJI,  
ÉCOLE SECONDAIRE ANTOINE-DE-SAINT-EXUPÉRY

#### 1. Les rectangles semblables de Shina



Soit  $X$ , la largeur de la feuille et  $X + Y$  sa longueur.  $Y$  sera également la largeur du rectangle découpé et  $X$  la longueur de ce même rectangle. Si les deux rectangles sont semblables, ils seront donc dans le rapport suivant :

$$(X + Y)/X = X/Y.$$

On tire que :  $X^2 - XY - Y^2 = 0$ .

En résolvant cette équation pour  $X$  ( $Y$  devient une constante), on a :

$$X = Y(1 + \sqrt{5})/2,$$

d'où le rapport  $X/Y = (1 + \sqrt{5})/2$ .

Le rapport trouvé par Shina est donc le nombre d'Or. Ce rapport est unique car une longueur et une largeur sont des quantités positives.

#### 2. Les différences d'âge

Puisqu'il y a cinq enfants, on a donc quatre différences d'âge. En posant  $X$  : la plus petite différence, on obtient l'équation suivante :

$$X^2 + (X + 1)^2 + (X + 2)^2 + (X + 3)^2 = (X + X + 1 + X + 2 + X + 3)^2 - 238.$$

En réduisant le tout, on obtient :  $X^2 + 3X - 18 = 0$ , d'où  $X = 3$ ,  $X + 1 = 4$ ,  $X + 2 = 5$  et  $X + 3 = 6$ .

On déduit alors qu'il y a 18 ans de différence entre le plus jeune et le plus âgé.

### 3. La vitesse du convoi

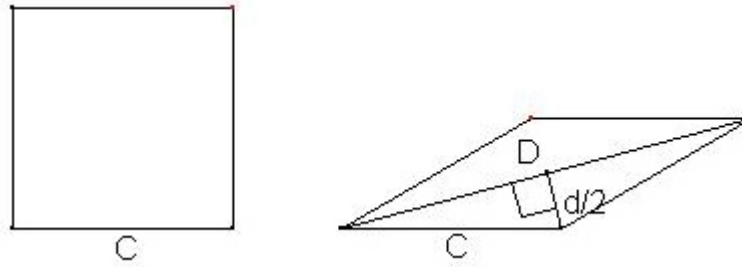
Soient  $Y$ , la distance à parcourir et  $X$ , la durée du voyage en heures . On doit résoudre le système suivant :

$$Y/30 = X - 1$$

$$Y/15 = X + 1$$

On tire que  $X = 3$  heures et que  $Y = 60$  km . Le convoi devra voyager à une vitesse moyenne de 20 km/h pour arriver à 11h00.

### 4. La petite diagonale



Soient  $D$ , la grande diagonale,  $d$ , la petite diagonale et  $C$ , le côté du carré et du losange.

On doit avoir :  $D * d/2 = 1/2 * C^2$  et  $(D/2)^2 + (d/2)^2 = C^2$ .

En isolant  $C^2$  dans les deux équations, on tire que :  $D^2/4 + d^2/4 = D * d$ .

Cette équation se ramène à :  $D^2 - 4Dd + d^2 = 0$ .

En résolvant pour  $D$ , on tire que le rapport  $D/d = 2 + \sqrt{3}$ .

## Énigmes mathématiques pour les jeunes

1. Un pot rempli de confiture de fraises pèse un kilogramme. Le même pot rempli de pétrole pèse 700 grammes. Si la confiture est deux fois plus lourde que le pétrole, que pèse le pot vide ?

2. La somme des sommes de Luigi :

Luigi, un éminent élève fort passionné par les séries arithmétiques, s'amuse à calculer la somme suivante qu'il appelle  $S_1$  :

$$S_1 = 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + \dots$$

Puis il recommence chaque fois mais en enlevant toujours le premier terme de la somme précédente.

Il obtient donc ;

$$S_2 = 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 + \dots$$

$$S_3 = 1/8 + 1/16 + 1/32 + 1/64 + \dots$$

Luigi recommence le processus ad vitam aeternam et se rend compte qu'il existe un moyen de calculer chacune de ses sommes et mieux encore, de calculer ensuite **la somme de ses sommes !** Comment Luigi a-t-il calculé la somme des sommes ?

Amusez vous !