Forum

Mathématiques et philosophie : essai en faveur d'une culture scientifique citoyenne[1]

Jean-Claude Simard, département de philosophie,
Cégep de Rimouski et UQAR
Philippe Etchécopar, département de mathématiques,
Cégep de Rimouski

RÉSUMÉ

L'humanisme, qui fut le ciment intellectuel des sociétés antérieures, a-t-il sombré corps et biens ? En tout cas, l'environnement technoscientifique dans lequel nous baignons impose de nouvelles exigences. Pour jouer son rôle démocratique, cette culture à laquelle nous aspirons devra dépasser une série d'obstacles. Pour illustrer ce défi, on peut prendre comme exemple l'enseignement conjoint des mathématiques et de la philosophie. Selon nous, le nouvel environnement socio-éducatif implique d'abord une maîtrise judicieuse de l'informatique (contre les excès opposés de la technophobie et du zapping mental), une modification de notre vision des mathématiques (contre une conception formaliste et figée, pour un apprentissage par problème), l'acquisition d'un nouvel esprit critique (contre le scientisme) et, enfin, une compréhension minimale du rôle social des sciences et des techniques (pour une démocratie véritable grâce à l'autodéfense intellectuelle). C'est ce qu'on pourrait appeler une culture scientifique citoyenne. Dans un monde où la complexité est devenue le leitmotiv par excellence, seul un tel idéal peut à notre avis renouveler en profondeur le sens de l'activité éducative.

> Il semble que, dans les « grandes » nations scientifiquement et techniquement surdéveloppées où nous vivons, le premier devoir des mathématiciens, et de beaucoup d'autres, serait plutôt de fournir ce qu'on ne leur demande pas, à savoir des hommes capables de réfléchir par eux-mêmes, de dépister les arguments faux et les phrases ambiguës, et aux yeux desquels la diffusion de la vérité importerait infiniment plus que, par exemple, la télévision planétaire en couleurs et en relief : des hommes libres, et non des robots pour technocrates. Il est tristement évident que la meilleure façon de former ces hommes qui nous manquent n'est pas de leur enseigner les sciences mathématiques et physiques, ces branches du savoir où la bienséance consiste, en premier lieu,

[1] Ce texte a d'abord été présenté sous forme de communication lors d'un congrès ; aussi avons-nous tenu à préserver une partie de la saveur particulière propre au style oral.

> à faire semblant d'ignorer jusqu'à l'existence même des problèmes humains, et auxquels nos sociétés hautement civilisées accordent, ce qui devrait paraître louche, la première place. Mais même en enseignant des mathématiques, on peut du moins essayer de donner aux gens le goût de la liberté et de la critique, et les habituer à se voir traités en êtres humains doués de la faculté de comprendre.
> (Roger Godement, *Cours d'algèbre*, Paris, Hermann, 1966, préface)

Ce qu'écrivait Roger Godement, il y a maintenant plus de quarante ans, semble plus actuel que jamais : il faut donner aux étudiants le goût de la liberté et de la critique. C'est pourquoi nous aimerions proposer ici quelques réflexions sur un aspect qui ne nous semble pas suffisamment pris en compte dans l'enseignement des mathématiques et de la philosophie : le développement d'une culture scientifique citoyenne. Si ces réflexions nous sont venues à l'occasion de l'enseignement en Sciences de la nature[2], le développement d'une telle culture nous semble important dans tous les programmes du collégial. En effet, quel que soit son champ de spécialisation, l'élève doit devenir non seulement un bon travailleur, mais aussi un citoyen à part entière.

I- LE CONTEXTE ACTUEL

I.1- Nouvelles technologies, information et déficit démocratique : la nécessité des passerelles

Notre époque est marquée par divers phénomènes qui, sans lui être purement spécifiques, n'en ont pas moins pris une ampleur inédite. Le développement accéléré des technologies de l'information et des communications découlant de la croissance fulgurante de l'informatique, ce qu'on pourrait appeler la *numérisation* de la société — un processus, notons-le, dans lequel les mathématiques occupent une place centrale —, en constitue certes l'une des particularités les plus remarquables. On l'a dit et redit : nous vivons dans une société de l'information où l'économie du savoir joue un rôle majeur, qui ira sans doute croissant.

Une autre tendance lourde, tout aussi frappante et d'ailleurs liée à la première, c'est l'extension planétaire des communications, qui entraîne une interdépendance des phénomènes. Et comme la chose s'est souvent produite par le passé, cette addition quantitative de transformations amène un changement qualitatif majeur : la société actuelle tisse en effet des réseaux de complexité qui rendent ardue la saisie correcte de ses divers aspects. Pensons par exemple aux changements climatiques, à la prolifération nucléaire, au retour des pandémies mortelles (SIDA, maladie de la vache folle, etc.), à la question des OGM, à l'emprise des groupes pharmaceutiques sur la pratique de la médecine, etc. Or, il ne faut pas l'oublier, les applications mathématiques sophistiquées pullulent dans cet océan de communications où baigne en permanence le grand public, dont nos étudiants font partie. À titre d'illustration, mentionnons simplement l'incessante utilisation des statistiques – par exemple les fameux sondages politiques.

[2] Notre communication a été préparée en vue d'un congrès de mathématiques. C'est pourquoi, dans les pages qui suivent, nous mettons l'accent sur cette discipline. Mais les principes ici développés s'appliquent bien sûr aussi à la philosophie ou aux autres matières.

Cette situation historique inédite donne naissance à deux dangers différents. Le premier concerne le décalage potentiel des rythmes d'évolution. Depuis la naissance de l'histoire quantitative, les historiens comme Braudel distinguent en effet diverses vitesses de transformation des sociétés humaines. 1) Soit des modifications rapides, qui caractérisent l'histoire courte : c'est par exemple le cas du développement exponentiel des technosciences. 2) Soit encore un déroulement temporel médian, générationnel pourrait-on dire : c'est par exemple le cas de l'évolution des mentalités, consécutive au développement technologique. 3) Soit enfin l'histoire étalée sur la longue durée : c'est le cas de certains phénomènes que l'on pourrait appeler, par analogie, tectoniques, parce qu'ils forment une sorte de soubassement des événements. Ce temps, en quelque sorte géologique, concerne, dans le cas qui nous occupe, le développement collectif des capacités intellectuelles. Un tel déphasage des divers rythmes évolutifs risque d'induire une cassure entre, d'une part la rapidité des changements scientifiques et techniques, et d'autre part la capacité de la société à les absorber et à développer les aptitudes adaptées.

À ce premier danger s'en ajoute un second, non moins actuel et sérieux : le contrôle de l'information. Le développement accéléré des technologies de la communication offre certes aujourd'hui des opportunités exceptionnelles. Il n'est qu'à songer à la circulation intensive des idées ou au réseautage social, rendus possibles par Internet. Cependant, ce développement ouvre malheureusement aussi la voie à de dangereuses manipulations de l'opinion publique et, par conséquent, des esprits. Évoquons simplement à ce propos le marketing social : pour les gurus de la pub, la vente de l'image d'un politicien ou encore d'une quelconque vedette n'est guère plus difficile que celle d'un banal produit de consommation. De sorte que, jointes aux lois du marché, ces technologies de l'information tendent à transformer la réalité en spectacle et à effacer la frontière entre mondes virtuels et monde réel.

La conjonction de ces deux dangers pose un sérieux problème démocratique. La complexité et la technicité des enjeux scientifiques occasionnent en effet un sentiment de dépossession et peuvent entraîner une démission conséquente de la population, ce qui favorise le règne des experts et les discours d'autorité. Se profile alors une perte éventuelle de contrôle du public sur la technoscience. Quant à la manipulation des esprits, elle peut pour sa part mener au monopole du savoir utile par une élite économique. Malheureusement, le conditionnement mental risque alors d'entraîner une extension rapide de la pensée unique, simpliste ou binaire. Les conséquences pour la démocratie sont lourdes : la population se retrouve déphasée et déconnectée du présent et elle tendra à effectuer un repli sur soi pour trouver refuge dans l'intégrisme, l'irrationnel (les pseudosciences) ou encore une attitude non critique face aux résultats scientifiques. D'où une baisse tendancielle des inscriptions en mathématiques, assez préoccupante. Mais la conséquence générale la plus sérieuse de tous ces facteurs délétères, c'est le déficit démocratique. Quand les grands problèmes deviennent l'affaire des seuls spécialistes, on perd de vue l'idéal grec, celui-là même qui a donné naissance à la démocratie : l'importance du débat public, pour peu que celui-ci soit à la fois informé et vigoureux.

Malgré ces risques nombreux et élevés, ce sombre portrait n'est pas sans remèdes. Car des interfaces entre changements technologiques et conscience publique existent déjà. Songeons aux bienfaits d'Internet (nous avons déjà évoqué à quel point il favorise la circulation et l'accessibilité de l'information), à la hausse de la scolarité moyenne, aux diverses émissions de vulgarisation scientifique, voire même à la création d'organismes gouvernementaux dédiés à la culture scientifique – par exemple, au Québec, le Conseil de la science et de la technologie. Ces divers éléments sont indispensables. Pour pallier les graves dangers évoqués, il faudra cependant envisager la création de nouvelles passerelles, en particulier dans le domaine qui nous occupe au premier chef, celui de l'enseignement.

I.2- La situation en mathématiques

Mais auparavant, examinons le cas des mathématiques. Car la situation générale que nous avons évoquée rapidement y trouve son pendant. En effet, au cœur des sciences, elles se développent elles aussi à un rythme exponentiel souligné par le rapport *L'explosion des mathématiques*, édité par la Société mathématique de France en 2000. Les domaines mathématiques se multiplient et, sous la poussée de l'informatique, nous l'avons dit, nous assistons à une mathématisation accélérée des diverses sciences. De nombreuses disciplines y recourent en effet pour modéliser les phénomènes à l'étude grâce aux simulations numériques[3]. De telles simulations permettent de reproduire, d'expérimenter et de prédire. Elles deviennent omniprésentes et servent aussi d'argument d'autorité pour les « décideurs » qui les ont commandées ou élaborées. Pensons seulement au fameux modèle mathématique *Sylva* derrière lequel le Ministère des ressources naturelles s'est longtemps abrité pour justifier les droits de coupe accordés à l'industrie forestière, modèle vivement dénoncé dans *L'Erreur boréale* de Richard Desjardins. Depuis 2007 le Ministère utilise un modèle plus sophistiqué, le modèle Woodstock/Stanley. Ce modèle tient compte de normes environnementales, des perturbations naturelles comme le feu, les épidémies, et ainsi de suite. Cependant, il ne faut jamais oublier qu'un modèle n'est après tout que la somme des choix de son concepteur.

Bref, les mathématiques évoluent rapidement et les jeunes, nos étudiants, aussi. Ils ont été élevés dans le monde très récent des communications tous azimuts. C'est la génération d'Internet, des mp3 et du vidéoclip, c'est l'univers du zapping et de l'immédiateté. Pourtant, un fossé s'est creusé entre leur culture et l'utilisation qu'on fait aujourd'hui des mathématiques ou encore la façon dont on les enseigne. En d'autres termes, la pédagogie, relevant davantage de l'histoire générationnelle, n'a pas suivi l'histoire courte de ces changements technologiques. En effet, la pédagogie actuelle relève encore trop souvent d'une conception formaliste qui semble destinée essentiellement à former d'autres professeurs de mathématiques. C'est pourquoi, après V. I. Arnold, Jean-Pierre Ferrier, de l'IREM de Lorraine, rend le formalisme responsable de la crise de l'enseignement de cette discipline en France. Trop souvent, cet enseignement est resté magistral et dogmatique. En Sciences de la nature, par exemple, l'usage de l'informatique ne s'introduit que difficilement dans les classes. De plus, malgré l'intense curiosité et le dynamisme propre à la jeunesse, les mathématiques paraissent hors du temps aux étudiants de niveau collégial : le calcul différentiel et intégral professé dans les cours remonte à un siècle ou deux, tandis que, dans d'autres disciplines, on discute de découvertes récentes. Enfin, les méthodes sont généralement restées au stade de l'imprimerie et du tableau noir (ou blanc depuis quelque temps). En conséquence, l'enseignement des mathématiques semble décroché de la réalité, les étudiants les voyant comme un catalogue de recettes basé sur le couple exercices-mémorisation. Aussi, André Revuz porte-t-il un jugement sévère sur le système français :

> L'absence de motivation adéquate et l'absence d'idées directrices transforment immanquable-

[3]Voir à ce propos *La mathématisation du réel*, de Giorgo Israel (Gallimard, 1996).

> ment un cours de mathématiques en un fatras de recettes partielles qui dégénèrent très vite en recettes à appliquer automatiquement sans contrôle rationnel possible.
> (Revuz, *Est-il possible d'enseigner les mathématiques ?* Paris, PUF, 1980)

Dès lors, il ne faut pas s'étonner d'assister, depuis la réforme des années 1990, à une désaffection des filières mathématiques et à leur recul dans les programmes du niveau collégial. Comme l'indiquent nombre de rapports (Ourisson, Porchet, Dercourt, *Set for success*, etc.), ce phénomène de désamour ne se limite cependant pas au Québec. Et le paradoxe d'une telle désertion, c'est qu'il aggrave le fossé technologique entre les citoyens et la science, alors même que, dans la culture ambiante, le développement de nombreuses disciplines repose précisément sur une maîtrise accrue des mathématiques. Une situation d'autant plus sérieuse que l'enseignement traditionnel ne privilégie pas chez les étudiants une participation active à leur apprentissage, ce qui risque d'aggraver le déficit démocratique déjà évoqué.

II- QUELQUES GRANDES ORIENTATIONS

Que faire, alors ? Ce qui est sûr, c'est que le diagnostic précédent appelle de nouvelles orientations générales. Futurs citoyens, nos jeunes doivent s'approprier les enjeux scientifiques majeurs de notre temps. Pour cela, il faut renouveler l'enseignement des mathématiques et établir des passerelles inédites, d'une part entre développement technologique et citoyens, d'autre part entre le rôle élargi des mathématiques et leur enseignement. Comment, dans une optique de formation citoyenne, combler les fossés qui se sont creusés et le déficit démocratique qui s'ensuit ? Selon nous, il faut recourir à l'esprit critique et à la culture scientifique, qui s'appellent l'une l'autre comme une compétence générale et son contenu nécessaire.

II.1- Les mathématiques : du dogmatisme à l'esprit critique (un peu d'histoire)

Dans l'esprit des étudiants (et de certains membres du personnel enseignant ?), les mathématiques sont encore le domaine de la certitude et, donc, de la vérité. Pourquoi ? Rappelons d'abord que les Grecs, qui ont développé les mathématiques formelles, ont postulé dès l'origine un lien naturel entre celles-ci et la réalité : c'est la vérité comme correspondance spontanée au réel, ce qu'on appelle la position réaliste ou encore platonicienne (mais c'était déjà celle de Pythagore, deux siècles avant Platon). Or, cette association dogmatique entre vérité et axiomatique dure depuis lors. Si les axiomes d'un système formel sont vrais, pense-t-on, et que les démonstrations sont saines et le système cohérent, la certitude des axiomes se transmet nécessairement aux propositions. Ainsi, ce qui prévaut dans les sciences expérimentales, à savoir la célèbre notion de falsifiabilité définie par Popper, ne s'appliquerait pas aux mathématiques.

Mais cette vision des mathématiques comme domaine de la certitude est sans doute obsolète et on ne peut plus les considérer comme naturellement vraies. Une certaine forme de falsifiabilité, qui reste à préciser, doit maintenant les traverser. En effet, l'apparition des géométries non euclidiennes et la crise des fondements qui s'ensuivit ont mis à mal la notion de vérité comme correspondance spontanée. La coexistence de propositions contradictoires, quoique dûment démontrée, oblige maintenant à limiter la notion de vérité à la rigueur interne, c'est-à-dire à la cohérence formelle du système. En d'autres termes, on ne peut plus se prononcer sur la vérité des axiomes ou des propositions elles-mêmes, et il faut dorénavant penser en termes de validité plutôt que de vérité. Deledicq a exprimé de manière hautement colorée, mais tout à fait juste, ce changement de paradigme :

> Le règne de l'évidence est aboli. Les axiomes naissent et demeurent libres et égaux en droit, les distinctions de valeurs ne peuvent être fondées que sur l'utilité. Le concept de vérité est limité essentiellement au-dedans d'une théorie donnée ; nulle proposition ne peut être envisagée qui n'en fasse expressément partie. La liberté consiste à pouvoir énoncer tout ce qui ne contredit pas d'autres énoncés. Ainsi l'existence de chaque axiome n'a de bornes que celles qui assurent avec les autres axiomes la non-contradiction de la théorie dont ils sont la base.
> (*Clefs pour les maths modernes*, Paris, Seghers, 1972, p. 21)

Évidemment, tout ceci vaut surtout pour les mathématiques pures. Qu'en est-il alors des mathématiques appliquées ? S'agit-il d'une situation complètement différente ? On sait que le critère de vérité des mathématiques appliquées fut traditionnellement leur efficacité ou leur utilité. Dans la nouvelle conjoncture, ceci reste *a fortiori* valable. Pourtant quelque chose d'essentiel a changé. Car nous croyons que les mathématiques - qu'on a longtemps considérées comme une science[4] pure ou formelle, quoiqu'universellement applicable - sont en partie maintenant expérimentales. Pour une raison très simple : l'utilisation intensive de l'informatique a fait de la numérisation et de la modélisation des instruments d'expérimentation mathématique[5]. Et cette instrumentalité nouvelle modifie leur statut traditionnel. Faudrait-il alors les placer d'emblée sur le même plan que les sciences expérimentales, falsifiables au sens de Popper ? Ce serait sans doute aller un peu vite en besogne, mais les possibilités récentes ouvertes par l'informatique obligent certes à considérer différemment les mathématiques actuelles. C'est d'ailleurs l'une des raisons pour lesquelles l'épistémologue hongrois Lakatos, mathématicien de formation, en qualifie de larges pans de quasi-empiristes[6].

Bien sûr, ce trop bref historique est brossé à grands traits. Mais la conclusion, qu'il y aurait évidemment lieu de raffiner, n'en apparaît pas moins clairement : le lien spontané entre mathématiques et certitude, comme aussi entre mathématiques et vérité, a vécu. Il faut dorénavant abandonner toute attitude dogmatique et introduire l'esprit critique et la culture scientifique, même en mathématiques.

II.2- L'esprit critique

Dans une société de communication où les techniques les plus sophistiquées tentent d'influencer le citoyen consommateur dans un grand nombre de domaines, un des objectifs majeurs de l'enseignement, dont celui des mathématiques, devrait être de développer l'autonomie de jugement chez les

[4] Certains les voient plutôt comme le langage général des sciences, mais cela n'a guère d'incidence sur la nature de la problématique ici esquissée.

[5] Précisions ici que l'applicabilité diffère de l'instrumentalité. La première renvoie en effet au fait que les mathématiques sont utilisées dans des domaines plus ou moins vastes, tandis que la seconde touche plutôt leur statut. Sur l'instrumentalité nouvelle des mathématiques, voir *Comment l'ordinateur transforme les sciences*, **Les Cahiers de Science & Vie**, série « 1000 ans de science », cahier no 53 (XI – Le XX^{e} siècle), oct. 1999.

[6] Notons que Lakatos ne fait pas ici référence à une éventuelle *origine* empirique. Le fait que certaines notions mathématiques – par exemple la découverte accidentelle des nombres complexes à la Renaissance – aient été développées à la suite de manipulations pratiques, n'a guère eu d'incidence sur leur domaine d'application et, surtout, n'a jamais changé la nature des mathématiques elles-mêmes.

jeunes. En effet, on l'a vu, cette autonomie de jugement, en lien avec la capacité argumentative, est essentielle à la démocratie.

Or, c'est l'esprit critique qui est à la base de l'autonomie de jugement. Bien des études ont été menées sur le sujet[7]. Pour notre part, nous indiquerons certains principes simples qui font consensus, suivis de quelques éléments propres à nous guider dans l'enseignement des mathématiques.

Un premier principe consiste à placer l'élève dans des situations où il doit *réfléchir* plutôt que *croire*. En ce sens, l'accent devrait être mis davantage sur la démarche plutôt que sur la réponse. Il s'agit d'explorer des situations : cas particuliers, contre-exemples, domaine de validité, diversité des approches, liens avec d'autres situations, etc. Il faut développer l'habitude de rechercher le plus souvent possible des explications et considérer que les solutions définitives sont rares.

En fonction de ce principe, on peut distinguer quelques capacités majeures de l'esprit critique, présentes dans la plupart des études sur la question. D'abord l'aptitude à obtenir une vue d'ensemble d'une situation et à établir des liens avec d'autres phénomènes. Ensuite la capacité à argumenter et raisonner. Enfin, la capacité de chercher, trier et maîtriser l'information, pour la communiquer ensuite de manière efficace. Pour développer ces compétences, l'enseignement des mathématiques ne devrait pas se limiter aux connaissances strictement disciplinaires, comme nous allons le voir à l'instant.

II.3- La culture scientifique

L'esprit critique appelle une culture scientifique comme pendant naturel. Il existe presque autant de définitions de la culture scientifique que de personnes qui y travaillent. De nature d'abord académique, celle que nous proposons inclut principalement trois champs : l'histoire des sciences et des techniques, l'épistémologie, ainsi que les rapports STS (rapports Science, Technologie et Société) ouvrant sur l'éthique. L'idée est de mettre la science et la technique en perspective à tous les niveaux et d'offrir ainsi une prise à l'esprit critique. L'épistémologie de l'activité scientifique favorise le sens de la relativité et constitue un bon antidote au dogmatisme impénitent. L'histoire des sciences et des techniques possède quant à elle une importante valeur pédagogique. Dans le cas des mathématiques, il s'agit de les mettre en relation avec l'histoire générale des sciences et des idées. Enfin, l'étude des rapports entre science, technologie et société permet de réfléchir à l'influence des facteurs sociaux sur le développement des sciences et des techniques et, inversement, à l'impact de celles-ci sur la société, ce qui contribue éventuellement à l'établissement d'un système de valeurs raisonné. Il ne faut en effet pas perdre de vue le but ultime de ce mariage entre esprit critique et culture scientifique, qui demeure l'autonomie intellectuelle et morale des étudiants.

III- DES PISTES POUR L'ENSEIGNEMENT

Après avoir posé un diagnostic global et indiqué quelques orientations générales, examinons à présent les applications pratiques.

[7]Pour une analyse récente appliquée à l'enseignement, voir Jacques Boisvert, *La formation de l'esprit critique : théorie et jugement*, St-Laurent, ERPI, 1999.

III.1- Un principe de départ simple

Un premier principe pédagogique assez simple consiste à utiliser la célèbre distinction du philosophe et historien des sciences Hans Reichenbach entre contexte de découverte et contexte de justification. Le contexte de justification, c'est la façon dont on enseigne les résultats scientifiques après coup. C'est l'approche habituelle, formelle, progressive et déductive. Le contexte de découverte est très différent, car il témoigne plutôt de la façon dont les découvertes ont été réellement effectuées. Qu'il s'agisse de débats acerbes et interminables (l'élaboration simultanée et concurrente des calculs différentiel et intégral par Newton et Leibniz), de voies apparemment sans issue (Saccheri et ses tentatives de démontrer par l'absurde le cinquième postulat d'Euclide, lesquelles ont, contre toute attente, ouvert la voie aux géométries non euclidiennes), du rôle du hasard (la découverte de l'électricité corporelle par Galvani), voire de la rêverie (Kekulé et la visualisation de la tétravalence du carbone), les voies de la découverte scientifique sont nombreuses, variées et ont peu de choses en commun avec leur exposition subséquente en classe. Replacer à l'occasion les concepts enseignés dans leur contexte historique et philosophique et rappeler les questionnements qu'ils ont soulevés permet de montrer le caractère provisoire des résultats scientifiques, souvent issus d'un long travail d'élaboration. Cela permet également de constater que les liens entre la science et les facteurs sociaux ne sont pas simples et ouvrent souvent des avenues de réflexion inédites et stimulantes.

Ainsi, certains thèmes se prêtent tout naturellement au développement de l'esprit critique et d'une culture scientifique en mathématiques. Ce sont ceux faisant état des débats qui ont traversé leur histoire ou encore qui illustrent leur nature et leur rôle. Souvent on ne les aborde pas en classe, car on croit à tort qu'ils ne peuvent être traités sérieusement dans le cadre des cours collégiaux. On peut par exemple penser aux différents types de nombres et aux polémiques ayant entouré leur élaboration, à la différence cruciale entre infini potentiel et infini actuel, aux géométries non euclidiennes, à l'invention de l'algèbre moderne par Galois, à la crise des fondements, aux nouvelles avenues mathématiques contemporaines, etc.

III.2- Une carte du labyrinthe

Outre la présentation occasionnelle du contexte des découvertes, un deuxième élément permettrait, dès l'abord, de donner aux étudiants une culture scientifique de base. Il s'agirait de leur offrir une vue d'ensemble des mathématiques, une sorte d'aperçu global. Pour nombre d'entre eux, les mathématiques telles qu'enseignées paraissent un labyrinthe auquel manque le fil d'Ariane. Ils suivent aveuglément le professeur, de résultat en résultat, sans trop de recul ni de perspectives. Or la capacité à prendre du recul et à faire des liens est, nous l'avons vu, essentielle au développement de l'esprit critique. Il en va, au-delà de la simple connaissance des faits, de la compréhension de leur dynamique.

Il nous semble donc que, dès l'arrivée au collège, il faudrait fournir aux étudiants, dans la mesure du possible, bien sûr, une carte de l'univers mathématique qui les attend. Cette vision d'ensemble pourrait prendre diverses formes. Cela pourrait être par exemple une sorte de paysage où seraient décrits les domaines (la géométrie, l'algèbre, le calcul différentiel et intégral, etc.), puis le terreau dans lequel ces domaines s'enracinent (les nombres, les fonctions, les transformations, etc.) et aussi les sentiers qui les parcourent, comme le raisonnement, les démonstrations, l'abstraction, la généralisation, etc.

Elle serait complétée par un aperçu des grandes étapes du développement des mathématiques occidentales : leur naissance en Grèce, la révolution scientifique des XVI^{e}-XVII^{e} siècles, la crise des fondements au XIX^{e} siècle, l'explosion du XX^{e} siècle, et ainsi de suite.

Cependant, un paysage, c'est statique. En le complétant par le contexte des découvertes, on en dévoilerait le dynamisme, et on montrerait ce qui a fait progresser les mathématiques à travers l'histoire. Comment la solution de problèmes posés par les phénomènes naturels a-t-elle contribué à leur développement ? Songeons par exemple à l'importance de la compréhension du mouvement dans l'élaboration du calcul différentiel. En quel sens les questions de cohérence interne ont-elles été aussi un facteur ? Ainsi, Cantor aurait-il développé la théorie des ensembles et les nombres transfinis s'il n'avait pas été confronté par les géométries non euclidiennes ? Enfin, comment les divers facteurs sociaux influencent-ils les mathématiques dans chaque civilisation ? Pourquoi est-ce par exemple en Grèce antique et nulle part ailleurs que sont nées les mathématiques comme système formel ? Qu'est-ce qui a déterminé l'apparition de ce style proprement occidental ?

III.3- Méthodes de travail, pédagogie et apprentissage

Parlons à présent apprentissage et pédagogie, lesquels demeurent le nerf de la guerre dans l'enseignement, quels que soient par ailleurs les époques et les changements.

Les méthodes d'apprentissages retenues doivent amener les étudiants à développer l'esprit critique. En ce sens, la modélisation est une méthode de résolution de problème bien adaptée à cet objectif. Elle demande en effet une bonne capacité d'observation et d'abstraction pour déterminer les fonctions mathématiques représentant le phénomène. L'élaboration d'un modèle oblige à penser en termes d'étapes et non de résultat à obtenir ; de plus, un bon esprit critique est indispensable pour établir les limites du modèle. Enfin, la modélisation, avec ses simulations informatiques, rapproche l'enseignement des mathématiques de leur utilisation effective dans les sciences.

Toujours dans l'optique de développer l'esprit critique, les méthodes de travail doivent elles aussi mettre les étudiants en situation de questionnement et de communication. Il est pertinent de favoriser le travail d'équipe et l'utilisation des TIC. Plus largement, les méthodes de travail à privilégier sont celles qui impliquent questionnement et jugement et qui correspondent aux technologies actuelles.

Enfin, les méthodes d'enseignement doivent elles aussi évoluer. Pour susciter l'intérêt et développer une certaine autonomie, il faut passer d'un enseignement magistral à un enseignement plus interactif, poussant les étudiants à apprendre en pensant. En ce sens, il est nécessaire d'utiliser les ressources technologiques actuelles (informatique et Internet), tant pour leur efficacité que pour actualiser l'enseignement aux yeux des étudiants.

III.4- Collaboration interdisciplinaire et bases philosophiques

On l'aura sans doute compris à la lecture de ce qui précède, les grandes orientations adoptées ici reposent sur quelques principes philosophiques de base, qui en assurent à la fois le sens et la cohérence. Ces principes offrent en outre un cadre au travail interdisciplinaire entre mathématiques et philosophie, dont le destin historique fut souvent lié. (On sait que la plupart des grandes révolutions mathématiques furent aussi celles où se développa la pensée philosophique, pour la raison très simple que les grands philosophes étaient souvent mathématiciens, et vice versa. Pensons à Pythagore, Platon, Descartes, Leibniz, Husserl, etc.) Le premier de ces principes est la finitude humaine, qui limite notre possibilité d'atteindre l'absolu, quel que soit par ailleurs le domaine. Ainsi, la perte de certitude en mathématiques, l'un des derniers retranchements où on la croyait encore accessible, s'inscrit logiquement dans cette foulée. Cette finitude trouve son corrélat nécessaire dans le sens de la relativité des connaissances humaines. Ainsi, les divers contextes de découverte, changeants, ondoyants et au fond imprévisibles, ne sont pour nous que le reflet de ces limites. Dès lors, l'histoire et ses incessantes transformations deviennent l'illustration constante de cette relativité.

Un second principe, qui justifie lui aussi la collaboration interdisciplinaire, mais également l'enseignement non magistral, rejoint la conception de la vie démocratique comme dialogue intersubjectif. Comme l'a montré Popper (*La société ouverte et ses ennemis*), tous les régimes politiques sont limités et imparfaits, mais la démocratie est sans doute le moins mauvais d'entre eux, parce qu'elle suppose des échanges constants entre citoyens ou citoyennes, c'est-à-dire entre sujets de droit. Bref, c'est peut-être un type limité de société, mais c'est cette limite même, comme l'avait vu avant lui Bergson (*Les deux sources de la morale et de la religion*), qui en garantit l'ouverture permanente. En ce sens, le lien entre argumentation et démocratie est essentiel, et ce n'est nullement un hasard si les Grecs anciens ont créé à la fois les mathématiques formelles, la philosophie et la démocratie. C'est pourquoi amener nos étudiants à penser par eux-mêmes, c'est en faire des vecteurs démocratiques, des multiplicateurs futurs. Ainsi, une culture scientifique citoyenne devient un idéal, non seulement accessible, mais nécessaire. À leurs niveaux respectifs, tant la classe que la société démocratique forment des ensembles ouverts, où incombe à chacun et chacune la tâche d'apprendre constamment, et la nécessité d'argumenter pour ce faire.

POUR UNE CONCLUSION PROVISOIRE

Les connaissances vont continuer à s'accumuler exponentiellement, le progrès des technologies ne prendra pas de pause et les mathématiques resteront au cœur de ces changements. Comme il l'a toujours fait dans le passé, l'enseignement doit donc s'adapter aux réalités du jour. Si nous ne voulons pas que le fossé entre les sciences et le grand public continue de s'élargir et que, par voie de conséquence, le risque d'un déficit démocratique ne s'accentue, il nous semble donc impératif d'inclure un objectif de formation citoyenne dans l'enseignement. Et ce sont l'esprit critique autant que la culture scientifique qui balisent à notre avis la voie de l'avenir. En somme, les mathématiques doivent à nouveau être associées à la vie démocratique, comme l'a souvent été la philosophie. C'est la tâche future qui attend les enseignantes et les enseignants de ces deux disciplines vénérables.