

# La revue des revues

Driss Boukhssimi  
Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue

Dans cette chronique, Robert Bilinski nous présente un numéro hors série de la revue *Tangente : Mathématiques et sports* et Bernard Courteau fait une recension du numéro 4 de la collection *Les génies de la science* intitulé *Poincaré, philosophe et mathématicien*. Je les remercie de leur contribution.

Signalons que la chronique du numéro précédent a été rédigée par Robert Bilinski et nous avons omis de mettre son nom. Qu'il nous excuse pour cette omission.

---

***Tangente*, hors série #19 : Maths et sport, 52 p.,  
ISSN 0987-0806, 10 \$**

Ce numéro de *Tangente* hors série porte sur les mathématiques et les sports. L'étude est séparée en trois dossiers (organiser et classer, techniques sportives, mesurer et prévoir) ayant respectivement trois, cinq et quatre articles chacun. Comme la coutume le veut, les énigmes et autres chroniques ont aussi un thème sportif, et on inclut un court article (1 page) sur le paradoxe de Zénon puisqu'il fait appel à une course...

Dans le premier dossier, on explique comment classer les joueurs de tennis, comment agencer une équipe de basket et comment noter un patineur artistique. On explique en fait les différentes règles et contraintes dans ces disciplines. On y parvient par l'entremise de plusieurs mises en situations pour illustrer les cas faciles

et difficiles. Avec ces trois problèmes, on touche à plusieurs domaines fort différents des mathématiques : logique, recherche opérationnelle, combinatoire, moyenne pondérée, etc.

On explique ensuite la physique derrière certaines épreuves (lancers du poids et du javelot, golf, soccer, anneaux, saut à la perche, etc.). On y parvient en faisant une étude géométrique et vectorielle de certaines situations qui surviennent couramment dans ces activités (effets sur les balles, poteaux, battre la gravité, etc.). On pourrait même prendre ces articles pour essayer d'améliorer sa propre technique, par exemple, si l'on voulait se catapulter à l'aide d'une perche !

La troisième section tient plus du pot-pourri puisque les sujets semblent moins bien se regrouper. En effet, on y retrouve une discussion des records, des problèmes reliés à la mesure du temps, du service au tennis et de la probabilité de marquer un but au soccer. J'avoue en fait avoir préféré cette section car le niveau mathématique y est un peu plus élevé que dans les autres.

À tout cela s'ajoutent les chroniques habituelles (énigmes, lectures, nouvelles, etc). En somme, une revue fidèle à la tradition de *Tangente*. Bonne lecture !

Robert Bilinski  
Cégep de St-Laurent et Collège Montmorency  
rbmatab@netscape.net

**Poincaré, philosophe et mathématicien, Collection Les génies de la science, Éditions Pour la science, août-novembre 2000**

Le 28 janvier 1909, l'Académie française accueille Henri Poincaré comme nouveau membre, privilège rare qui n'a été partagé que par quelques scientifiques, dont d'Alembert, Buffon, Laplace. Admiratif, le Directeur de l'Académie, Frédéric Masson, présente Poincaré en disant « Vous n'avez eu jusqu'ici d'autre histoire que votre bibliographie ».

Ce magnifique fascicule de 96 pages sur Poincaré est conséquent avec cette présentation : il est presque entièrement consacré aux idées de Poincaré, aux contextes dans lesquels elles se sont développées et à l'influence qu'elles ont eue durant tout le XX<sup>e</sup> siècle en mathématiques et en philosophie des sciences. D'entrée de jeu, Umberto Bottazzini nous dit : « Rares sont les hommes de science du passé qui nous semblent contemporains par la modernité de leurs idées. Sans doute plus rares encore sont les mathématiciens dont la notoriété dépasse un cercle restreint de spécialistes. Henri Poincaré est, à ce double titre, exceptionnel. »

Nous sommes donc entraînés dans un tourbillon d'idées nouvelles préfigurant tout le vingtième siècle, de la topologie algébrique à la théorie du chaos, en passant par la théorie qualitative des systèmes dynamiques et la théorie ergodique. Tout cela dans un style vivant et imagé comme l'était celui de Poincaré.

Les deux premiers chapitres *Le rôle de l'hypothèse dans les sciences* et *L'intuition féconde ou la machine de Chicago ?* nous montrent Poincaré participant aux polémiques du début du XX<sup>e</sup> siècle sur les fondements des mathématiques. On le voit insister sur le rôle de l'intuition. Il dit par exemple que le principe d'induction complète ou raisonnement par récurrence n'est autre que « l'affirmation de la puissance de l'esprit qui se sait capable de concevoir la répétition indéfinie d'un même acte, dès que cet acte est une fois possible » et que « l'esprit a de cette puissance une intuition di-

recte ». Il n'en est pas de même des axiomes de la géométrie euclidienne, qui ne sont pour Poincaré que des conventions commodes pour décrire un monde peuplé de corps rigides. Pour illustrer cette conception, Poincaré imagine un monde enfermé dans une grande sphère de rayon  $R$  dont la température, maximale au centre, tend vers le zéro absolu au bord de la sphère comme  $R^2 - r^2$ , où  $r$  est la distance du point considéré au centre. Il suppose de plus que l'indice de réfraction est inversement proportionnel à  $R^2 - r^2$ . Les rayons lumineux à l'intérieur d'une telle sphère suivraient des arcs de cercle perpendiculaires au bord et la géométrie que construirait naturellement ses habitants, supposés intelligents, serait la géométrie de Lobatchevski. Les axiomes de Lobatchevski et non pas ceux d'Euclide sont alors des conventions commodes pour décrire un tel monde.

Sur la logique et les mathématiques, Poincaré prend ses distances vis-à-vis du programme de formalisation des mathématiques de Hilbert. Pour lui, les mathématiques possèdent un contenu intuitif non réductible à des règles formelles. En devenant trop formelle, la science mathématique oublie ses origines historiques : « On voit comment les questions peuvent se résoudre, on ne voit plus comment et pourquoi elles se posent... Cela nous montre que la logique ne suffit pas ; que la science de la démonstration n'est pas la science tout entière et que l'intuition doit conserver son rôle de complément, j'allais dire comme contrepois ou comme contrepoison de la logique ».

Sur la possibilité de démonstration automatique de théorèmes par des machines, il dit aussi : « Ce n'est pas seulement l'ordre, c'est l'ordre inattendu qui vaut quelque chose. La machine peut mordre sur le fait brut, l'âme du fait lui échappera toujours ».

Ces réflexions sur les fondements se trouvent dans un ouvrage célèbre, *La science et l'hypothèse*, publié en 1902, qui l'a fait connaître d'un large public et qu'il vaut encore la peine de lire aujourd'hui.

Un chapitre, *La découverte d'une terre inconnue*, nous présente les recherches de Poincaré sur les équations différentielles linéaires. Plutôt que de chercher, comme ses devanciers, des solutions en séries valables localement autour d'un point donné, il attaque le problème directement et cherche des solutions globales. Il est ainsi amené à inventer de nouvelles fonctions transcendantes qu'il a appelées *fuchsiennes*, généralisant les fonctions elliptiques et abéliennes très étudiées au XIX<sup>e</sup> siècle. Le chapitre nous raconte cette histoire comme un roman, avec portraits de personnages historiques et encarts de nature technique qui nous permettent de nous faire un idée plus précise du sujet. Ce qui est impressionnant, et qui est poursuivi dans le chapitre suivant, *Une révolution dans les mathématiques*, c'est que Poincaré, grâce à son immense culture mathématique et sa créativité exceptionnelle, sait faire intervenir dans ses recherches ce qu'il vient d'apprendre par simple curiosité intellectuelle, comme le traité des substitutions de Jordan, les géométries de Lobatchevski et de Riemann, etc. : « Entre les mains de Poincaré, les constructions de Lobatchevski cessent d'être des élucubrations d'intellectuel et se révèlent, pour la première fois, un instrument indispensable pour faire des mathématiques ».

Plusieurs chapitres sont consacrés au problème des trois corps et à la stabilité du système solaire, sujets qui l'ont occupé toute sa vie : *Le prix du roi Oscar*, *Stabilité et instabilité*, *De nouvelles figures d'équilibre*, *Système du monde et problème des trois corps*. On y voit la théorie qualitative des équations différentielles qui, selon Dieudonné, est « l'un des rares exemples de théorie mathématique qui semble naître à partir de rien et qui, presque immédiatement, atteint la perfection entre les mains de son créateur ». Par cette théorie, Poincaré est considéré comme l'un des pères fondateurs de la théorie moderne des systèmes dynamiques. Ce « presque rien » dont parle Dieudonné, est une idée qui est venue à Poincaré à partir de son expérience de collégien. L'étude complète d'une fonction se compose de deux parties : l'une, pour ainsi dire « qualitative », est l'étude géométrique de la courbe définie par

la fonction (croissance, points critiques, asymptotes, ...); l'autre, quantitative, est la détermination numérique des valeurs de la fonction. Poincaré se propose de faire la même chose pour les courbes définies par une équation différentielle. Après avoir défini des types de points singuliers, cols, nœuds, foyers, centres, il est conduit à un théorème de topologie (appelé alors *analysis situs*) et amené, par analogie avec l'astronomie et utilisant son langage, à s'intéresser à la stabilité des orbites. Son intérêt pour l'*analysis situs* l'amène à écrire six volumineux articles où il introduit les concepts fondamentaux d'homéomorphisme, d'homologie, d'homotopie, ... et où il pose sa fameuse conjecture sous forme d'une question : l'hypersphère est-elle la seule surface à trois dimensions, fermée et orientable, dont le groupe fondamental est trivial ? Poincaré est considéré comme l'un des pères fondateurs de la topologie algébrique moderne.

Mais l'histoire la plus extraordinaire est probablement celle qui est arrivée à Poincaré après qu'il eut reçu, en 1889, le prix du roi Oscar II de Suède et de Norvège pour son mémoire intitulé *Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique* ([1], [2]). Alors même que le numéro des *Acta mathematica* contenant le mémoire primé avait été imprimé et que quelques copies avaient déjà été distribuées, une erreur importante fut signalée par Phragmen, un assistant de Mittag-Leffler, qui s'occupait des épreuves. Poincaré, embarrassé, a dû consacrer près de six mois à la correction de cette erreur, ce qui l'a amené, d'une façon un peu chaotique dit Mawhin [1], à découvrir le phénomène du chaos déterministe ! Poincaré a dû apporter d'importantes modifications à son mémoire et payer les frais d'impression (qui dépassaient la valeur du prix qu'il avait reçu) !

Le dernier chapitre, *Dernières pensées*, rassemble les contributions de Poincaré à la physique mathématique. À partir de 1886, il occupe la chaire de physique mathématique et de calcul des probabilités à la Sorbonne. « Chaque semestre, il donne un cours sur un sujet différent : théorie de la lumière, théorie de l'élas-

ticité, propagation de la chaleur, thermodynamique, capillarité, calcul des probabilités, oscillations électriques, électromagnétisme et optique. Il n'est aucun domaine de la physique mathématique moderne que Poincaré n'ait traité dans ses cours à la Sorbonne ». Il contribue aussi par ses articles à l'avancement de la physique théorique. Dans une conférence prononcée le 24 septembre 1904 aux États-Unis, à Saint-Louis, Poincaré traite de l'état actuel et de l'avenir de la physique mathématique. Il y parle, entre autres, du principe de relativité, affirmant en conclusion : « Peut-être aussi devons-nous construire toute une mécanique nouvelle que nous ne faisons qu'entrevoir, où, l'inertie croissant avec la vitesse, la vitesse de la lumière deviendrait une limite infranchissable ». En juin 1905, avant Einstein, Poincaré publie une note aux comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris : *Sur la dynamique de l'électron*, où il donne l'essentiel du fondement mathématique de la théorie de la relativité restreinte.

De la contribution de Poincaré à la physique, Mawhin [1] dit : « On sait peu que, pour la période 1901-1912, Poincaré est, avec quarante-neuf présentations, le savant le plus souvent nommé pour le prix Nobel de physique. La priorité accordée aux expérimentateurs, les ennemis de Mittag-Leffler à l'Académie des sciences de Suède et la mort prématurée du savant français empêchent finalement l'attribution. Poincaré joue cependant un rôle dans le prix Nobel 1903, puisque ses suggestions sont directement à l'origine de la découverte de la radioactivité par Henri Becquerel. »

À la fin de la lecture de ce fascicule sur Poincaré, on a l'impression d'avoir fait un voyage fantastique dans le monde des idées mathématiques. Poincaré nous apparaît alors comme un géant connaissant toute la mathématique et la physique de son temps, appliquant son énorme capacité de travail et sa créativité exceptionnelle à généraliser les travaux de ses devanciers et à ouvrir des domaines nouveaux pour ceux qui allaient le suivre tout en réfléchissant en philosophe sur son travail de scientifique. Ces trois aspects : culture éten-

due, travail technique et réflexion philosophique étaient parfaitement intégrés dans l'activité intellectuelle de Poincaré.

Ce numéro de la collection *Les génies de la science* est vraiment très stimulant.

À lire aussi :

[1] Jean Mawhin, Henri Poincaré, ou les mathématiques sans œillères, *Revue des Questions Scientifiques*, 1998, 169 (4) : p. 337-365.

[2] J. Barrow-Green, Poincaré and the Three Body Problem, American Mathematical Society, Providence RI, 1997.

Bernard Courteau  
Université de Sherbrooke  
courteaub@videotron.ca

Vous avez lu une revue ou un article qui peut intéresser les lecteurs du *Bulletin* ? Si cela vous plaît, faites-en une critique ou une recension que nous pourrions publier dans cette chronique. Il me fera plaisir de recevoir vos textes par la poste ou par courriel.

Driss Boukhssimi  
Module des sciences de l'éducation  
Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue  
445 boul. de l'Université  
Rouyn-Noranda (Québec)  
J9X 5E4  
Driss.Boukhssimi@uqat.quebec.ca