

## Platon et les mathématiques

Platon est né à Athènes vers 427 av. J.-C., à l'époque de la mort de Périclès. Disciple de Socrate, il se retira à Mégare lorsque celui-ci fut condamné à boire la ciguë (vers 399). Le désir de s'instruire le pousse à voyager et vers 390, il se rend en Égypte, puis à Cyrène, où il reçoit l'enseignement du mathématicien Théodore, dont il devait faire un des interlocuteurs du *Théétète*. De Cyrène, il passe en Italie, où il se lie d'amitié avec les Pythagoriciens Philolaos, Archytas et Timée. À leur contact, il approfondit ses connaissances en arithmétique, en astronomie et en musique. Après son séjour en Italie, il se rend en Sicile, visite Catane et l'Etna puis retourne à Athènes, vraisemblablement vers 388, et fonde une école de philosophie, l'Académie, à l'image des sociétés pythagoriciennes.

Dans cet article, nous allons présenter quelques extraits du *Timée* qui permettent de comprendre l'utilisation que Platon a fait des mathématiques dans l'élaboration de sa philosophie.

### La connaissance

Platon doit aux pythagoriciens l'idée de l'éternité de l'âme, qui devait devenir la pierre angulaire de sa philosophie. Cette idée lui fournit la solution du problème de la connaissance. Pour Platon, l'âme est immortelle et elle a la possibilité de contempler le monde des Idées entre chaque réincarnation. La connaissance est obtenue en retrouvant le souvenir de ces Idées, c'est la réminiscence. L'extrait suivant du *Timée* illustre sa solution.

*Mais, si nous proposons des explications qui ne sont pas des images plus infidèles qu'une autre, il faut nous en contenter, en nous souvenant que moi qui parle et vous qui êtes mes juges sommes d'hu-*

*maine nature, de sorte que, si, en ces matières, on nous propose un mythe vraisemblable, il ne sied pas de chercher plus loin.*

*Socrate lui répond :*

*Parfait, Timée, il faut absolument souscrire aux conditions que tu viens de poser.*

Pour Platon, il n'est nul besoin d'autres preuves que la vraisemblance de l'explication puisque c'est par la réminiscence que l'on parvient aux Idées. L'explication qu'il va donner de la création de l'Univers est obtenue de cette façon.

### L'Univers

*Ainsi donc, conformément à une explication qui n'est que vraisemblable, il faut dire que notre monde, qui est un vivant doué d'une âme pourvue d'un intellect a, en vérité, été engendré par suite de la décision réfléchie d'un dieu.*

Pour Platon, l'Univers est un organisme vivant doté d'une âme et d'une intelligence. Cette conception de l'Univers ne sera remplacée qu'au XVII<sup>e</sup> siècle avec le développement de la mécanique et la fabrication des premières horloges mécaniques. L'Univers sera alors représenté comme un mécanisme, généralement une horloge et Dieu comme un horloger. L'Univers est, dans cette conception, une preuve de l'existence de Dieu. Une horloge peut-elle exister sans qu'un horloger ne l'ait fabriquée ?

*C'est évidemment corporel que doit être le monde engendré, c'est-à-dire visible et tangible. Or, sans feu, rien ne saurait devenir visible (voir l'encadré sur l'optique) ; et rien ne saurait devenir tangible*

*sans quelque chose qui soit solide ; or, rien ne saurait être solide sans terre. De là vient que c'est avec du feu et avec de la terre que le dieu, lorsqu'il commença de le constituer, fabriqua le corps du monde.*

Dans cet extrait, Platon explique pourquoi la terre et le feu, deux des éléments d'Empédocle d'Agrigente, ont été utilisés pour construire l'Univers. Mais il n'est pas suffisant d'avoir des éléments pour construire, il faut lier les éléments entre eux. C'est ce qu'explique Platon dans le paragraphe suivant :

*Mais, deux éléments ne peuvent seuls former une composition qui soit belle, sans l'intervention d'un troisième ; il faut en effet, entre les deux un lien qui les réunisse. Or, de tous les liens, le plus beau, c'est celui qui impose à lui-même et aux éléments qu'il relie l'unité la plus complète, ce que, par nature, la proportion réalise de la façon la plus parfaite. Chaque fois que de trois nombres quelconques, que ces nombres soient entiers ou en puissance, celui du milieu est tel que ce que le premier est par rapport à lui, lui-même l'est par rapport au dernier ; et inversement quand ce que le dernier est par rapport à celui du milieu, celui du milieu l'est par rapport au premier, celui du milieu devenant alors premier et dernier, le dernier et le premier devenant à leur tour moyens, il en résulte nécessairement que tous se trouvent être dans une relation d'identité, et que, parce qu'ils se trouvent dans cette relation d'identité les uns par rapport aux autres, ils forment tous une unité.*

Les Pythagoriciens ont consacré beaucoup de leur temps à l'étude des proportions. Pour eux, les rapports entre les nombres décrivent la façon dont l'Univers est construit. Dans une proportion, les moyens (*médiétés*) sont un lien entre les extrêmes. Platon a recours à cette notion de médiété, nous dirions aujourd'hui *moyens proportionnels* et *moyenne proportionnelle*, pour expliquer le rapport liant les éléments feu et terre. Ce rapport justifie l'existence des deux autres éléments d'Empédocle : l'eau et l'air.

*Cela dit, si le corps de l'Univers avait dû être une surface, dépourvue de toute profondeur, une seule*

*médiété eut suffi à établir un lien entre les autres termes qui l'accompagnent et lui-même. Il convenait que ce monde fut un solide et, en ce qui concerne les solides, ce n'est jamais une seule médiété, mais toujours deux qui établissent une proportion. Voilà bien pourquoi le dieu, ayant placé au milieu entre le feu et la terre, l'eau et l'air, et ayant introduit entre eux, autant que c'était possible, le même rapport, qui fasse ce que le feu est à l'air, l'air le soit à l'eau, et que ce que l'air est à l'eau, l'eau le soit à la terre, a constitué à l'aide de ces liens un monde visible et tangible. L'accord qu'il manifeste, il le tient de la proportion géométrique ; et les rapports instaurés par cette proportion lui apportent l'amitié, de sorte que, rendu identique à lui-même, il ne peut être dissous par personne d'autre que par celui qui a établi ces liens.*

### L'optique des penseurs Grecs

Démocrite pense que les corps lumineux émettent des particules qui viennent influencer l'oeil. Pour d'autres philosophes, ce sont des corpuscules émis par l'oeil qui, heurtant les objets, les rendent visibles. Platon croit plutôt que l'oeil et l'objet observé émettent des particules dont la rencontre provoque le phénomène de vision. Pour émettre de telles particules, un corps doit comporter une certaine proportion de l'élément feu.

Quand donc la lumière du jour entoure le flux issu des yeux, alors le feu intérieur qui s'échappe, le semblable allant vers le semblable, après s'être combiné avec la lumière du jour se constitue en un seul corps ayant les mêmes propriétés tout le long de la droite issue des yeux, quelque soit l'endroit où le feu jailli de l'intérieur entre en contact avec le feu qui provient des objets extérieurs.

Mais, lorsque le feu extérieur se retire pour faire place à la nuit, il se trouve coupé du feu intérieur qui lui est apparenté. En effet, comme en sortant il tombe sur quelque chose qui n'est pas semblable à lui, le feu intérieur devient autre et s'éteint, n'ayant plus de communauté de nature avec l'air environnant, puisque celui-ci ne contient plus de feu.

## Médiétés et proportions

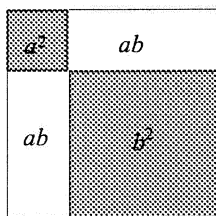
Selon Platon, le monde est constitué de quatre éléments. Pourquoi quatre ? Il y a d'abord l'élément terre, car l'Univers est tangible puis l'élément feu car l'Univers est visible. Pour réunir ces deux éléments, il en faut au moins un autre qui définira le rapport entre les deux premiers. S'il y avait seulement trois éléments, l'Univers serait un plan et non un solide. Pourquoi ? Parce que pour construire une proportion avec des nombres plans, il suffit de trois termes, qui constituent alors la proportion suivante :

$$\frac{a^2}{ab} = \frac{ab}{b^2} .$$

Ces trois termes sont reliés par le développement binomial suivant :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 .$$

La construction géométrique basée sur ces trois éléments,  $a^2$ ,  $ab$  et  $b^2$  est la suivante :



On constate donc qu'une construction géométrique ne comportant que deux éléments et une médiété est plane. Cependant, l'Univers n'est pas plan, il est solide (tridimensionnel). Il ne peut donc être constitué de seulement trois éléments.

Entre deux nombres solides, deux moyennes géométriques sont nécessaires, soit  $a^2b$  et  $ab^2$ , en effet :

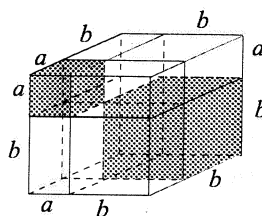
$$\frac{a^3}{a^2b} = \frac{ab^2}{b^3}$$

comme on le constate en simplifiant les rapports de la proportion. Ainsi, pour construire un Univers solide (tridimensionnel), il faut quatre composantes qui sont :

$$a^3, a^2b, ab^2, b^3 .$$

L'Univers doit donc être constitué de quatre éléments, soit terre, eau, air et feu, dont le rapport est :

$$\frac{\text{feu}}{\text{air}} = \frac{\text{eau}}{\text{terre}} .$$



Ces quatre termes sont reliés par le développement binomial suivant :

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 .$$

## Forme de l'Univers

L'Univers est donc constitué de quatre éléments, mais quelle est sa forme ? Quelle est sa figure ?

*Comme figure, il lui donna celle qui lui convenait et qui lui était apparentée. Au vivant qui doit envelopper tous les vivants, la figure qui pourrait convenir, c'était celle où s'inscrivent toutes les autres figures.*

*Aussi est-ce la figure d'une sphère dont le centre est équidistant de tous les points de la périphérie, une figure circulaire, qu'il lui donna comme s'il travaillait sur un tour — figure qui entre toutes est la plus parfaite et la plus semblable à elle-même — convaincu qu'il y a mille fois plus de beauté dans le semblable que dans le dissemblable.*

Platon a de nouveau recours à la géométrie pour décrire la forme de l'Univers. C'est la sphère, figure parfaite qui a servi pour concevoir le plan de l'Univers.

*Tel fut au total le plan du dieu [...]. En conformité avec ce plan, il fit un corps lisse et uniforme, en tout point équidistant de son centre, un corps complet, un corps parfait constitué de corps parfaits. [...] Il a ainsi constitué un ciel circulaire entraîné bien entendu dans un mouvement circulaire, un ciel unique, seul de son espèce, solidaire, mais capable, en raison de son excellence, de vivre en union avec lui-même, sans avoir besoin de quoi que ce soit d'autre, se suffisant à lui-même comme connaissance et comme ami.*