Jeux et problèmes

Jean-Marie Labrie

Introduction

Cette chronique n'a jamais eu pour but de « mesurer » l'intelligence. Nous savons que de nombreux savants et psychologues éminents ont essayé de trouver des moyens de quantifier l'intelligence. Par exemple, certains techniciens utilisent le test de Rorschach pour un test d'intelligence. Le test de Rorschach, en effet, ne procède dans la même perspective que la détermination d'un quotient intellectuel (Q.I.). Il éclaire surtout les aspects « affectifs » de l'intelligence. Par ailleurs, nous connaissons les tests de « phrases à compléter », souvent considérés comme de très bonnes épreuves de sondage ou d'appoint. Plusieurs enseignantes et enseignants l'utilisent dans leur pratique pédagogique. N'oublions pas que les formules de ces tests sont établies en fonction du « but » à atteindre et que ces tests exigent du sujet un bon niveau intellectuel et un vocabulaire suffisamment riche.

En fait, on ne sait pas comment mesurer l'intelligence parce que nous ne savons pas encore comment la définir. Aujourd'hui, nous constatons qu'il existe plusieurs intelligences ou plutôt qu'il existe plusieurs formes ou modes de fonctionnement de l'intelligence. Chaque jour, nous faisons appel à plusieurs processus mentaux pour résoudre les problèmes qui nous arrivent à tout bout de champ dans la vie. Pour René Dubos, c'est l'adaptation créatrice qui nous permet de progresser en passant à travers tous les obstacles que nous rencontrons. Il faut de la logique, de l'intuition, de l'attention, du jugement, du discernement, de l'imagination et de la mémoire, etc. Souvent, nous résolvons des problèmes concrets ; quelquefois, nous trouvons des solutions à des activités abstraites. Tantôt, nous élaborons des plans d'action sans les réaliser, tantôt, nous partons d'expériences et de situations réelles pour aboutir à une loi générale. Pour les uns, ils voient globalement les choses; pour d'autres, ils préfèrent considérer les détails. D'une façon générale, je crois qu'il faut savoir « penser globalement et agir localement » en toutes circonstances.

C'est dans ce but que je vous propose quelques petits problèmes dans cette revue depuis 15 ans. En fait, je fais appel à votre créativité, à votre goût de l'effort intellectuel, à votre persévérance à vaincre les obstacles et à votre disponibilité du temps consacré aux loisirs. Grâce à cette « gratuité », j'attends toujours vos solutions et vos suggestions ; je vous en remercie à l'avance. Cette chronique vous est-elle toujours utile ? Faites connaître vos opinions et vos réactions.

Dans ce numéro, la solution du problème 160 est donnée par Maurice Brisebois que je remercie vivement. Nous suggérons une solution à chacun des problèmes 157, 160, 162 et 163 et nous proposons 3 nouveaux jeux et problènes : 164, 165 et 166.

Problème 157
Carré inscrit dans un triangle rectangle !
(Bulletin AMQ, Déc. 1996, p. 38)

Dans un triangle rectangle ABC, rectangle en C, quelle est l'aire du carré inscrit dans ce triangle ? Si l'un des côtés du carré est situé sur l'hypoténuse ou sur l'un des côtés du triangle, les deux carrés ainsi inscrits ont-ils la même aire ?

Solution suggérée

Par construction (voir les deux illustrations), on peut montrer que l'aire du carré inscrit dans un triangle rectangle dont l'un des côtés est sur l'hypoténuse est inférieure à l'aire du carré inscrit à partir des deux côtés de l'angle droit du triangle.

N. B. Comment le montrer par algèbre ou autrement ? Le problème est encore ouvert.

Fig. 1

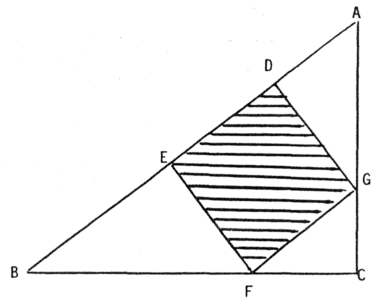
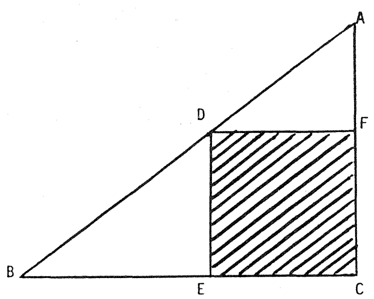


Fig. 2



Problème 160 proposé par Maurice Brisebois

Montrer que, pour tout entier n, l'entier $(n^{13} - n)$ est divisible par 2730.

Solution suggérée par le proposeur :

Cet exercice est proposé sans solution par B. M. Stewart (1964) dans Theory of numbers, 2^{e} édition, Macmillan, p. 117, exercice 17.5.

Comme le polynôme $(n^{13} - n)$ peut s'écrire sous la forme $n(n^{12} - 1)$ et que chacun des binômes suivants : $(n - 1)$, $(n^2 - 1)$, $(n^3 - 1)$, $(n^4 - 1)$ et $(n^6 - 1)$ divise $(n^{12} - 1)$, alors chacune des expressions :

$n(n - 1)$, $n(n^2 - 1)$, $n(n^3 - 1)$, $n(n^4 - 1)$ et $n(n^6 - 1)$ divise $n(n^{12} - 1)$.

Or, le « petit théorème de Fermat » dit que si p est un entier relativement premier à n, alors p divise $(n^p - n)$.

Dans le cas où p est premier, ce résultat est valide pour tout entier n.

Ainsi, l'entier $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 13$ (i. e. 2730) divise le polynôme initial.

Remarques didactiques

1. La connaissance des cas de facteurs en algèbre est ici d'un grand secours.

2. On peut se demander pourquoi 11 (qui lui aussi est premier) ne figure pas dans le produit $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 13$. La raison est que le binôme $(n^{10} - 1)$ n'est pas un facteur de $(n^{12} - 1)$.

3. Si on avait choisi 37 pour p, on aurait, dans ce cas, utilisé le fait que chacun des binômes suivants : $(n - 1)$, $(n^2 - 1)$, $(n^3 - 1)$, $(n^4 - 1)$, $(n^6 - 1)$, $(n^{12} - 1)$ et $(n^{18} - 1)$ divise $(n^{36} - 1)$. À partir du « petit théorème de Fermat », on aurait obtenu que l'entier $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 13 \times 19 \times 37$ (i. e. 1 919 190) divise $(n^{37} - n)$ pour tout entier n.

Problème 162
Un alphamétique avec trois mots importants : vivre, être et avoir !

Résoudre l'alphamétique suivant si chaque lettre correspond à un seul chiffre :

$$\begin{array}{r} \text{VIVRE} \\ +\ \underline{\text{ÊTRE}} \\ \text{AVOIR} \end{array}$$

Solution suggérée :

A	E	I	O	R	T	V
2	8	3	7	6	5	1

N. B. Nous croyons qu'il existe une seule solution.

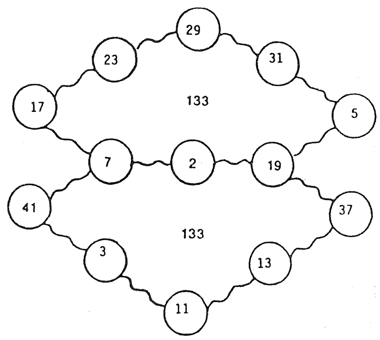
Problème 163
Colliers de perles merveilleux mais bizarre !

Chaque perle correspond à l'un des 13 premiers nombres premiers : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37 et 41. Chaque collier est double d'une certaine façon (pour enfants siamois !). La somme des nombres premiers d'un collier est égale à celle de l'autre.

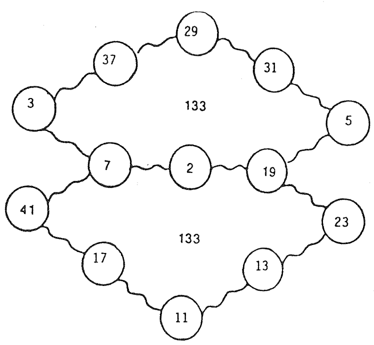
Solutions suggérées :

Il y a deux solutions dans chaque cas.

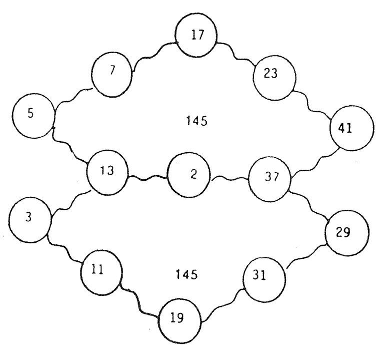
a. 1re solution



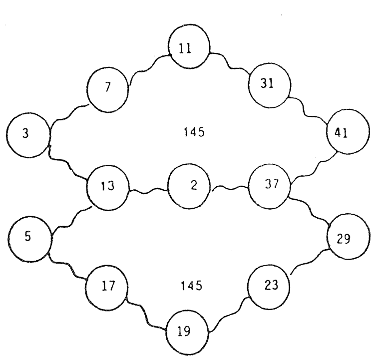
a. 2e solution



b. 1re solution



b. 2e solution



Nouveaux jeux et problèmes

Problème 164
Encore le carré magique d'ordre 3

Si on élève au cube tous les termes du carré magique d'ordre 3 (voir illustration ci-dessous),

8	1	6
3	5	7
4	9	2

on obtient un nouveau carré (non magique) dans lequel, cependant, on peut découvrir quelques propriétés remarquables. Citez-en au moins trois.

Problème 165
Équation sans solution !

Montrer qu'il est impossible d'obtenir des solutions avec x et y entiers positifs de l'équation $7y^2 + 9 = 15x^2$.

Problème 166
Petit test pour élèves de 3e secondaire !

a. Quelle est la racine carrée négative de 0,0009 ?

b. Résoudre l'équation suivante :

$$\frac{2}{15} = \frac{1}{8} + \frac{1}{x}.$$

c. Marie-Andrée a eu 68 % comme moyenne générale pour ses 10 premiers devoirs en mathématiques. Si elle veut augmenter de 2 % sa moyenne générale après son prochain devoir, quelle note devra-t-elle avoir pour ce 11e devoir ? ■

Veuillez adresser toute correspondance à :
Jean-Marie Labrie
Faculté d'éducation (DEPP)
Université de Sherbrooke
Sherbrooke (Québec) J1K 2R1
Télécopieur : (819) 821-8048