AMQ en action

La Quinzaine des sciences : Les nombres

Les nombres sont des objets extraordinaires qui mènent une vie multiple. Ils sont incarnés dans les objets familiers qui ont une taille, une dimension, une forme; ils nous servent à compter nos revenus et nos dettes; ils nous servent à mesurer les quantités, à évaluer les coûts ou les risques; ils nous servent à apprécier les proportions, les taux – par exemple 10% de chômage ou 49.4% de votes pour une option contestée, ce sont des chiffres qui parlent –; ils nous servent aussi à représenter les objets, à les numéroter, il suffit de penser aux différents codes, le code barre des épiceries, les codes des cartes de crédit ou de débit, les codes secrets pour combattre l'espionnage aussi bien politique ou militaire qu'économique, les codes correcteurs d'erreurs pour assurer des communications sûres par câble ou par satellite, ou pour assurer l'intégrité des données stockées sur un disque compact. Dans les communications modernes ce sont des 0 et des 1 qui transitent sur les lignes de transmission et qui représentent tous les messages, même la musique ou les images. Que ne peut-on faire avec les simples nombres 0 et 1 muni de la règle $1 + 1 = 0$? Les nombres sont partout, tellement qu'on ne les voit plus. Ils sont souvent invisibles à l'oeil non averti. La science qui les rends visibles s'appelle mathématique. Le monde humain actuel n'existerait tout simplement pas sans elle.

Les nombres s'inscrivent au coeur même de la culture universelle, de l'histoire humaine. Nos ancêtres préhistoriques les représentaient par des encoches sur des os d'animaux et lorsqu'il y a 5000 ans les Mésopotamiens ont inventé l'écriture, ils ont aussi inventé l'écriture des nombres qui leur servaient à garder en mémoire des inventaires ou à réaliser des partages par division. Les égyptiens ont utilisé les nombres pour mesurer l'étendue des terres pour les rendre à leurs propriétaires après les crues du Nil. Les Grecs de l'antiquité, qui ont inventé la science, ont utilisé les nombres et les figures pour représenter la réalité géométrique par des modèles symboliques ce qui leur a permis d'obtenir des résultats très éloignés de l'expérience immédiate. Ils ont estimé par exemple le diamètre de la terre et la distance de la terre à la lune, en combinant harmonieusement des mesures terrestres, des observations de la lune et leur théorie des triangles semblables et de la trigonométrie .

Au XVIIe siècle, Galilée, Descartes, Newton utilisent les nombres, l'algèbre et la géométrie qui sert à les manipuler, et inventent des mathématiques nouvelles – en particulier le concept de dérivée – pour étudier l'espace dans lequel nous baignons et modéliser le mouvement des corps aussi bien terrestres que célestes. Les nombres et les figures apparaissent à Galilée comme l'alphabet de la langue que parle la Nature. Au XVIIIe et XIXe siècle se développe la révolution industrielle fondée sur les découvertes scientifiques en physique, en chimie, en biologie, en sciences économiques et financières souvent précédées ou accompagnées d'avancées parallèles en sciences mathématiques. La conception des géométries non eucliennes, et en particulier de la géométrie différentielle de Riemann, a fourni à Einstein l'outil adéquat qu'il lui fallait, 50 ans après, pour exprimer sa théorie de la gravitation et la relativité générale. Le XXe siècle a vu une explosion sans précédent de résultats, une croissance exponentielle, dans toutes les sciences y compris en mathématiques où plus de 200 000 théorèmes ou résultats mathématiques sont publiés chaque année actuellement, ce volume doublant tous les 10 ans depuis 40 ans. Nous vivons actuellement l'âge d'or des mathématiques, aussi bien sur le plan fondamental que sur le plan des applications. Les nombres ont donné lieu à la construction d'autres objets mathématiques utiles : vecteurs, matrices, polynômes, fonctions, relations d'ordre, graphes, structures algébriques et espaces topologiques... Cela a conduit au développement de concepts nouveaux et de méthodes nouvelles de résolutions des problèmes posés par la modélisation des phénomènes naturels ou artificiels, méthodes dont l'efficacité a été démultipliée par l'utilisation des ordinateurs.

Sur le plan des processus psychologiques d'appréhension du réel, les nombres se partagent en deux catégories : les nombres entiers 1, 2, 3, ... qui sont reliés aux phénomènes discrets, comme par exemple les pas que nous faisons en marchant, et les nombres réels qui servent à représenter les phénomènes *continus*, comme l'écoulement du temps par exemple. Sur le plan de l'éducation, de l'apprentissage au raisonnement, à la pensée rationnelle, les nombres et les figures donnent une matière première où l'esprit des jeunes peut s'exercer comme dans un jeu. Comme le dit Albert Jacquard :

«En réalité les mathématiques sont l'exercice de base du mécanisme intellectuel. De même qu'un enfant apprend à marcher, avant de courir, faire de la bicyclette ou du cheval, de même il apprend le jeu du raisonnement à propos de nombres et de figures, avant d'utiliser les règles de ce jeu pour exprimer des idées.»

S'il est vrai que le nombre d'atomes dans l'univers est de l'ordre de 10^80, nous sommes contraints de considérer l'hypothèse que l'*infinité* des nombres entiers doit *vivre* dans un autre monde que notre monde sensible, dans un monde virtuel que les mathématiciens explorent et n'ont pas fini d'explorer, pas plus que les physiciens, les chimistes ou les biologistes n'ont fini d'explorer le monde inanimé ou le monde de la vie. Ce qui est étonnant et merveilleux c'est que tous ces mondes soient intimement reliés, que les modèles mathématiques, malgré leur simplicité, puissent nous aider à progresser dans notre compréhension du monde. Le célèbre physicien Eugène Wigner a écrit au début des années 1960 un article «La déraisonnable efficacité des mathématiques» où il s'étonne du fait que la simplicité des concepts mathématiques puisse être à ce point efficace pour débrouiller la complexité des phénomènes naturels. Hubert Reeves donne cette belle image que d'une certaine façon la méthode scientifique consiste à «remplacer du visible complexe par du simple invisible.» Le mathématicien Jean- Pierre Kahane dit également à ce sujet :

«Les mathématiques sont peuplées de sortes de fantômes du monde réel. Mais, dans ce monde de fantômes, elles classent, rassemblent, découvrent des rapports nouveaux, élaborent des rapports de dépendance, élaguent, simplifient, créent au besoin des formes nouvelles. Il n'est pas tellement étonnant, au fond, que la pensée humaine, opérant sur des formes idéalistes de la réalité physique, découvre des formes de la réalité physique non encore idéalisées.»

Le thème de la quinzaine des sciences de 1996 évoque ce *monde virtuel* où les nombres vivent en compagnie d'objets dont certains ont déjà été découvert à ce jour et d'autres demeurent encore inconnus. Ce thème évoque aussi la relation privilégiée qui existe entre ce monde idéal et le monde sensible qui intéresse les sciences de la nature comme la biologie, la chimie, la physique, ou les sciences de l'artificiel comme l'histoire, le génie, la gestion, la psychologie ou la sociologie. Il nous invite à considérer les mathématiques comme une *langue universelle* inventée il y a 5000 ans mais que les sciences et les techniques parlent aujourd'hui couramment pour exprimer des idées avec la précision nécessaire, et les développer d'une façon efficace. Il nous invite enfin à nous laisser séduire par les nombres et les figures pour le simple *plaisir* de l'esprit.

Bernard Courteau
Université de Sherbrooke

Le prochain congrès de l'AMQ aura lieu à **Rivière-du-Loup** les **4, 5 et 6 octobre 1996**. Il se tiendra entièrement à l'Hôtel Lévesque. Vous pouvez réserver votre chambre dès maintenant, au coût de 60$, occupation simple ou double, en vous adressant à

Hôtel Lévesque
171, rue Fraser
Rivière-du-Loup (Québec)
G5R 1E2
Tél: (418) 862-6927
1-800-463-1236
Fax: (418) 867-5827