# Jeux et problèmes

**Jean-Marie Labrie**

Cette chronique, avec ce numéro, termine sa 13e année d'existence. Grâce à de nombreux collaborateurs et collaboratrices, elle a son petit bout de chemin et elle se poursuivra l'an prochain, si c'est le désir de la majorité des lecteurs et lectrices de ce bulletin. C'est dans l'esprit d'un enseignement des notions mathématiques, basé sur la méthodologie de la résolution de problèmes, que cette chronique avait été proposée en 1982 par Madame Louise Trudel, présidente d'alors de l'AMQ.

## 1. Solutions suggérées pour les problèmes 136 à 140 du Bulletin AMQ d'octobre 1995

**Problème 136 : Sans la priorité des opérations**

À partir du nombre 20 017, retrouver ce nombre en utilisant une et une seule fois les quatre opérations élémentaires et une et une seule fois, dans cet ordre, les nombres suivants: 37, 179, 53 et 831.

*Solution*

1. $20017 \div 37 = 541$
2. $541 - 179 = 362$
3. $362 \times 53 = 19186$
4. $19186 + 831 = 20017$

**Problème 137 : Vaches boulimiques**

Dans un enclos, deux vaches peuvent manger, en 4 semaines, tout le gazon de deux acres et tout le gazon qui peut pousser sur ce terrain pendant cette période de temps.

Dans un autre enclos, trois vaches aussi boulimiques peuvent manger, en deux semaines, tout le gazon de deux acres et tout le gazon qui peut pousser pendant cette période de temps. Combien de vaches, ayant toujours le même appétit, sont nécessaires pour manger, en six semaines, tout le gazon de six acres et tout le gazon qui peut pousser dans cette période de temps?

*Solution suggérée par J. Levasseur et A. Leclerc*

Soit $x$ la quantité de gazon brouté par une vache au cours d'une semaine.

Soit $y$ la quantité de gazon brouté sur un terrain d'un acre.

Soit $z$ la quantité de gazon qui pousse en une semaine sur un terrain d'un acre.

Soit $n$ le nombre de vaches cherché.

Ce qui permet d'écrire les 3 équations suivantes:

1. Ce que mangent deux vaches en 4 semaines:

$$8x = 2y + 8z. \qquad (1)$$

2. Ce que mangent trois vaches en 2 semaines:

$$6x = 2y + 4z. \qquad (2)$$

3. Ce que mangent $n$ vaches en 6 semaines:

$$6nx = 6y + 36z. \qquad (3)$$

À partir des deux premières équations, on obtient:

$$\begin{aligned} x &= 2z, & (4)\\ y &= 4z. & (5) \end{aligned}$$

En substituant les équations (4) et (5) dans l'équation (3), on obtient:

$$12nz = 60z \Rightarrow n = 5.$$

Le nombre de vaches cherché est 5.

### Problème 138 : Un jour, ce sera ton tour!

Y a-t-il plus de gagmants ou gagnantes à la Loto 6/49 qu'à la Super 7?

*Solution suggérée*

Il suffit de lire les résultats publiés régulièrement dans les journaux de fin de semaine. Par exemple, dans un journal, daté du 10 octobre 1995, on publie les résultats de ces deux types de loterie:

| Loto 6/49 | | Super 7 | |
|---|---|---|---|
| 6/6 | 0 | 7/7 | 0 |
| 5/6+ | 9 | 6/7+ | 1 |
| 5/6 | 353 | 6/7 | 29 |
| 4/6 | 19 121 | 5/7 | 1 798 |
| 3/6 | 342 908 | 4/7 | 38 932 |
| | | 3/7+ | 36 027 |
| | | 3/7 | 327 989 |
| Total | 362 392 | Total | 404 776 |

Il est facilement vérifiable que depuis le début de la création de ces deux loteries, il y a eu plus de gagnants ou gagnantes pour la Super 7 que pour la Loto 6/49. Mais, il y a environ 4 fois plus de vente de billets à la 6/49 qu'à la Super 7. En effet, il faut rappeler qu'il y a environ 5 fois moins de chance de gagner le Gros Lot à la Super 7 qu'à la Loto 6/49.

### Problème 139 : Trois nombres remarquables!

1. Mettre d'abord au carré chacun des nombres suivants: 32 043, 11 826 et 99 066.
2. Les trois carrés ont une propriété commune. Laquelle?

*Solution*:

$$\begin{aligned}(32\,043)^2 &= 1\,026\,753\,849\\(11\,826)^2 &= 0\,139\,854\,276\\(99\,066)^2 &= 9\,814\,072\,356\end{aligned}$$

On observe que ces 3 nombres carrés sont formés de dix chiffres et que chacun de ces chiffres est utilisé une seule fois. On retrouve donc les dix chiffres hindo-arabes de notre système décimal.

### Problème 140 : Régularités et une progression arithmétique

Soit $a$, $b$, $c$ et $d$ quatre termes consécutifs d'une progression arithmétique.

- Comparer les deux expressions suivantes:
$$(d^2 - a^2) \quad \text{et} \quad (c^2 - b^2).$$
- Montrer que l'expression $(d^2 + a^2 - b^2 - c^2)$ est un carré parfait.

*Solution suggérée*

Soit
$$\begin{aligned}a &= p-q\\b &= p\\c &= p+q\\d &= p+2q\end{aligned}$$

où $q$ est la raison de la progression arithmétique.

- On a
$$\begin{aligned}d^2-a^2 &= p^2+4pq+4q^2-p^2+2pq-q^2\\&= 6pq+3q^2\\c^2-b^2 &= p^2+2pq+q^2-p^2\\&= 2pq+q^2\end{aligned}$$
Donc $(d^2-a^2)$ est 3 fois plus grand que $(c^2-b^2)$.
- La réduction de $(d^2 + a^2 - b^2 - c^2)$ est $4q^2$ qui est un carré parfait.

## 2. Nouveaux jeux et problèmes

### Problème 141 : Thalès et les nombres irrationnels

Soit la figure ci-dessous

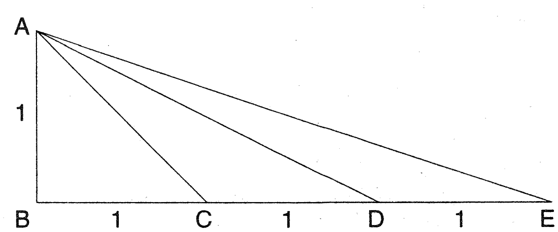


**Figure 1 :** *Triangles pour le problème 141*

1. Montrer que les triangles $ACD$ et $EAC$ sont semblables.

2. Déterminer le rapport de similitude.
3. Le point $A$ est-il un centre d'homothétie?

**Problème 142 : À l'aube de l'an 2000**

Si $A = 2000^{2000} + 2000^{-2000}$ et
si $B = 2000^{2000} - 2000^{-2000}$, calculer $A^2 - B^2$.

**Problème 143 : Un alphamétique remarquable!**

Sachant que chaque lettre correspond à un seul chiffre hindo-arabe:

$$\begin{array}{r} \texttt{DEUX} \\ \texttt{CINQ} \\ + \ \texttt{CINQ} \\ \hline \texttt{DOUZE} \end{array}$$

déterminer les trois nombres multiples de 13.

**Problème 144 : Fausse monnaie!**

On donne 20 pièces de monnaie. Certaines sont fausses et d'autres sont bonnes. Si une pièce est bonne, elle pèse au moins 11 grammes et au plus 11,1 grammes. Si elle est fausse, elle pèse au moins 10,6 grammes et au plus 10,7 grammes. En 15 pesées sur une petite balance de précision, déterminer lesquelles sont bonnes et lesquelles sont fausses.

N.B. Ce problème est tiré de l'ouvrage *Jeux d'esprit et énigmes mathématiques* de Dennis Shasha, Éd. Odile Jacob, Paris, p. 112.

**Problème 145 : Pièces de monnaie à découvrir!**

Dans un premier temps, Véronique prend au hasard dans son porte-feuille un certain nombre de pièces de monnaie dont la valeur moyenne est 0,15\$. Dans un 2e temps, elle répète l'expérience, mais la valeur moyenne des pièces choisies est seulement 0,13\$. Quels types de pièces de monnaie a-t-elle dans son porte-monnaie? Y a-t-il plusieurs solutions?

---

Veuillez adresser toute correspondance à :
Jean-Marie Labrie
Faculté d'éducation (DEPP)
Université de Sherbrooke
Sherbrooke (Québec), J1K 2R1
Télécopieur: (819) 821-8048