

JEUX ET PROBLÈMES

n-Marie Labrie,
Université de Sherbrooke

Dans la dernière chronique, j'ai parlé de la compréhension, en méthodologie de la résolution de problèmes. Comprendre, en effet, consiste à donner du sens à un problème en s'interrogeant ou encore en expliquant et appliquant ce qu'il faut faire.

Voici une liste plus ou moins connue de moyens permettant de mieux comprendre un problème. Ce n'est ni une liste exhaustive, ni une liste ordonnée.

- 1) Illustrer le problème à l'aide d'un dessin ou d'une figure.
- 2) Vivre en détails le problème.
- 3) Créer une image ou figure mentale.
- 4) Identifier les données pertinentes.
- 5) Se poser des questions pour préciser ce qui est demandé.
- 6) Construire un modèle physique réel à l'aide de matériel.
- 7) Resituer le problème dans le bon contexte.
- 8) Identifier ou établir les hypothèses.
- 9) Clarifier le langage, la terminologie du problème en excluant les éléments inutiles ou encore en se donnant des contre-exemples.
- 10) Construire une représentation graphique.
- 11) Raconter une histoire autour de l'activité.
- 12) Oublier le problème pendant un certain temps en faisant une autre activité.
- 13) Redire en ses propres mots l'énoncé du problème.
- 14) Recueillir les données et mettre en évidence ce qu'il faut faire.

Nous le savons, le nerf de la réussite dépend de nos efforts conscients et réguliers. L'un des grands obstacles, en effet, à la réussite en mathématiques comme ailleurs, est l'insuffisance de l'activité mentale, c'est-à-dire le manque d'effort de vouloir comprendre *vraiment*.

Continuez à m'écrire; j'aime recevoir vos solutions, vos suggestions et vos commentaires. Bon succès avec vos élèves avec les activités que je vous propose.

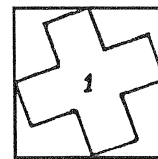
1^{RE} PARTIE : Solutions suggérées des problèmes proposés dans le dernier numéro du BULLETIN AMQ, décembre 1993

Problème 111. La croix grecque

Dans le livre «Les casse-tête mathématiques de Sam Loyd», Martin Gardner propose, à la page 232 (Dunod 1970), le découpage de la croix grecque (signe de la Croix-Rouge ou le pentomino en forme de croix).

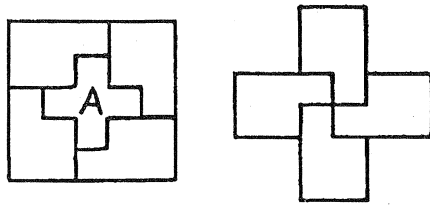
a. Découper un carré en 5 morceaux pouvant s'assembler pour former 2 croix grecques de même grandeur (sans perte d'espace).

Solution: La figure 1 montre comment un carré peut être découpé en 5 parties pour former 2 croix grecques de même grandeur. Une partie a la forme d'une croix et les 4 autres parties forment la 2^e croix grecque.



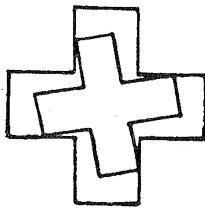
b. Découper un carré en 5 morceaux pour former deux croix grecques de grandeurs différentes.

Solution: On découpe le carré comme le montre la figure de gauche qui suit. La partie, désignée par A, est la petite croix et l'autre est formée par les 4 autres parties comme l'indique la figure de droite.



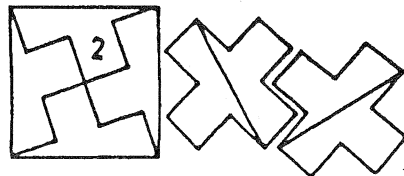
c. Découper une croix grecque en 5 morceaux formant deux croix grecques plus petites mais de même grandeur.

Solution: La figure suivante montre comment une croix grecque peut être découpée en 5 parties pour former deux croix de même grandeur. L'une des croix est formée par la partie du centre et l'autre par les 4 parties qui restent.



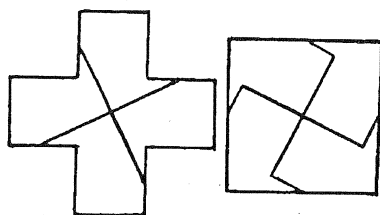
d. Découper un carré en 4 morceaux pour former deux croix grecques de même grandeur.

Solution: Le carré est découpé en 4 parties congruentes. Deux parties suffisent pour construire une croix grecque. La figure montre les deux croix grecques ainsi formées.

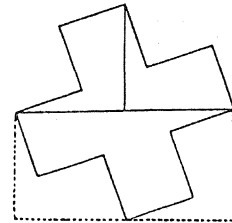


Remarques

1. Il existe plusieurs façons de découper une croix grecque en 4 morceaux congruents pour construire un carré. Un exemple est donné dans la figure.



2. On peut également découper une croix grecque en 3 morceaux pour former un rectangle. Voir la figure.



3. On peut même découper une croix grecque pour former un parallélogramme. Voir la figure.



Problème 112. Trois nombres et les 10 chiffres arabes

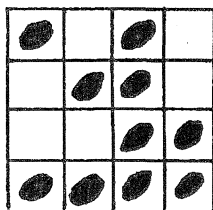
Former deux nombres naturels à l'aide des 10 chiffres arabes. Chaque chiffre n'est utilisé qu'une seule fois. Si la somme de ces deux nombres est égale à $1a9\ 991$, quelle est la valeur de a ? Expliquer pourquoi.

Solution: La somme doit être un multiple de 9; « a » doit être égal à 7. Il existe plusieurs solutions. On peut avoir: $97\ 651 + 82\ 340 = 179\ 991$.

Problème 113. Jetons et grille 4 x 4

Placer 10 jetons sur une grille 4 x 4 de façon à former le plus de lignes possibles contenant un nombre pair de jetons (2 ou 4). Les lignes peuvent être verticales, horizontales ou en diagonale à 45° ou 135° .

Solution: On observe, dans la grille, 14 lignes: 4 verticales, 4 horizontales, 4 diagonales à 45° et 2 diagonales à 135° . Existe-t-il une meilleure solution?



Problème 114. Encore le carré magique 3 x 3!

Placer, dans un carré magique 3 x 3, les nombres rationnels suivants dont la somme des lignes horizontales, verticales et en diagonale est égale à 6: 0,4; 0,8; 1,2; 1,6; 2,0; 2,4; 2,8; 3,2; et 3,6.

Solution: La stratégie ici consiste à utiliser un modèle déjà connu en choisissant le premier carré magique 3 x 3 dont la somme des lignes est 15. Il suffit de multiplier chacun des 9 premiers nombres naturels par 0,4 et on met en correspondance bijective les deux carrés. Voir les 2 carrés.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

3,2	0,4	2,4
1,2	2,0	2,8
1,6	3,6	0,8

Problème 115. Où sont-elles situées?

Dans un quartier, trois familles vivent respectivement dans trois maisons qui se suivent. Où est chacune des familles si les renseignements suivants sont vrais?

- 1) Les Tremblay demeurent à côté des Provencher.
- 2) Le fils des Dupont est ami avec le fils des Tremblay.
- 3) La famille à droite d'une autre n'a pas de Ford.
- 4) La famille qui a une Nissan ne demeure pas à côté de la famille qui a une Ford.
- 5) La famille dont la maison est au centre n'a pas d'enfants.

Y a-t-il des renseignements surperflus?

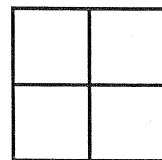
Manque-t-il un renseignement pertinent pour mieux situer les familles? Pourquoi?

Solution: Ce que l'on sait c'est que la maison des Provencher est située au milieu des deux autres. Les renseignements ne sont pas assez précis pour dire quelle maison est à droite ou à gauche de la maison des Provencher.

2^E PARTIE : Les nouveaux jeux et problèmes

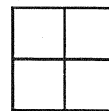
Problème 116. Six segments congruents.

Soit six segments congruents dont 4 forment un carré et les deux autres une croix. L'union de ces 2 figures forme la figure suivante:



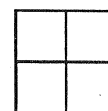
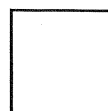
Cette figure est également l'union de 3 segments horizontaux congruents et 3 segments verticaux congruents aux 3 premiers.

À partir de cette figure



dégager toutes les figures qui ont au moins un segment horizontal et un segment vertical.

De la figure



on compte 47 autres figures différentes

Questionnaire complémentaire:

- a. D'après vous, pourquoi le carré est-il l'opposé de la croix?
- b. Laquelle des 2 figures est la moins abstraite? Pourquoi?

- c. Lesquelles des directions suivantes sont-elles des zones de sensation? 1) bas-haut; 2) haut-bas; 3) gauche-droite 4) droite-gauche.
- d. Trouver deux figures qui sont susceptibles de représenter soit un départ, soit une arrivée.

Problème 117. Un produit à la une!

Combien y a-t-il de chiffres dans le produit suivant?

$$2^{1995} \times 5^{1993}$$

Problème 118. Une suite à reconnaître!

Combien y a-t-il de termes dans la suite:
3, 7, 11, 15, 19, 23, ..., 9 995, 9 999?

N.B. Plusieurs démarches sont possibles.

Problème 119. Tous les chiffres arabes sauf 0!

Trouver trois nombres de trois chiffres tels que

- 1) Chaque chiffre n'est utilisé qu'une seule fois;
- 2) Le 3e nombre soit la somme des 2 autres nombres;
- 3) Le 3e nombre soit le triple de l'un des 2 autres.

Problème 120. Un rectangle d'or et un point spécial!

Nous savons qu'un rectangle d'or est un rectangle dont le rapport de ses côtés (a et b) est égal au nombre d'or (PHI), c'est à-dire les longueurs des 2 côtés vérifient la relation suivante:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a - b}$$

Imaginons qu'une feuille de papier a la forme d'un rectangle d'or. Découpons la partie la plus grande ayant la forme d'un carré. Il reste une autre feuille de papier ayant la forme d'un rec-

tangle d'or. Encore ici, découpons la partie la plus grande ayant la forme d'un carré. Nous continuons ainsi à découper dans le papier. Tôt ou tard, tout point, à l'exception d'un seul, sera dans l'une des feuilles découpées de forme carrée. Quelle est alors la *place* de ce point spécial?

**Veillez adresser
toute correspondance à:**

Jean-Marie Labrie
870, chemin de St-Jean
La Prairie (Québec)
J5R 2L5
