

LES MATHÉMATIQUES OU LA MATHÉMATIQUE, TELLE EST LA QUESTION

Bernard Courteau,
Président par intérim

Au dernier congrès de l'AMQ, M. Benoît Mandelbrot nous a brossé un tableau très vivant et très personnel des mathématiques du XXe siècle. Je voudrais ici n'évoquer que quelques aspects de sa conférence qui nous amènent à une réflexion sur la pratique du métier de mathématicien et sur une vision d'avenir face à l'impact de l'informatique sur l'enseignement des mathématiques.

M. Mandelbrot a insisté sur le caractère contingent, non-nécessaire du développement des mathématiques, contestant par là la vision, partagée par ce que l'on pourrait appeler le «mouvement bourbakiste», selon laquelle la mathématique grandirait un peu comme un être vivant dont le développement est réglé d'une façon nécessaire, par une sorte d'ADN, et dont l'état actuel serait aussi près que possible de la perfection. Il a insisté sur le fait que ce sont les mathématiciens qui font la mathématique et que ceux-ci sont, comme toute personne humaine, soumis aux aléas de l'histoire, de la géographie et du climat philosophique ou sociologique ambiant. Il cite à titre d'exemple le type de mathématiques très abstraites développées en Pologne entre les deux guerres et qui proviendrait d'un choix délibéré motivé essentiellement par l'éloignement des centres d'excellence reconnus de l'époque.

La vision bourbakiste a dominé la scène dans les années 1950 et 1960, et a même débordé dans l'enseignement secondaire à travers la révolution des «maths modernes» au début des années 1970. M. Mandelbrot fait une critique très dure des programmes de «maths modernes», allant jusqu'à parler d'une «bureaucratie bourbaki» dans l'enseignement des mathématiques. Affirmant que les enfants n'aiment pas les maths modernes, il propose de revenir à l'aspect ludique de l'activité mathématique qui amène l'enfant à une exploration et à la décou-

verte d'objets nouveaux du monde mathématique. Selon lui les objets fractals, le phénomène du chaos déterministe et l'utilisation de l'ordinateur comme outil d'exploration du monde mathématique devraient être considérés très sérieusement en vue du renouvellement de l'enseignement des mathématiques dans les écoles. Il nous a d'ailleurs parlé avec enthousiasme d'une expérience en ce sens à laquelle il participe très activement aux États-Unis.

M. Mandelbrot a fait apparaître devant nous les éléments dramatiques d'un conflit qui éclate entre la mathématique vue dans son unité organique, la généralité de son objet, la puissance de sa méthode, et les mathématiques vues dans la diversité de leurs applications et dans la variété des contextes scientifiques ou culturels où elles s'incarnent. Ce conflit est bien réel et se vit tous les jours dans les départements de mathématiques des universités ou des collèges, et il a des répercussions directes dans les salles de cours et les classes de mathématiques ou de sciences dans les écoles. En dernière instance le conflit entre la mathématique et les mathématiques se résoudra peut-être dans un état d'équilibre stable où mathématiques pures et appliquées ne feront plus qu'un, ou dans une oscillation entre deux pôles qui lutteront indéfiniment pour le pouvoir, ou bien dans l'éclatement de ces pôles qui bifurqueront en une foule de disciplines autonomes, ou bien enfin dans le chaos d'une tour de Babel!

A ce propos, mentionnons que certains mathématiciens pensent qu'on a déjà commencé à bifurquer. Dans le numéro de décembre 1992 des «Notices of the American Mathematical Society», Keith Devlin, dans ses «pensées de fin d'année» s'inquiète du sort qui sera réservé à de nouvelles disciplines mathématiques telle la «visualisation mathématique» où il s'agit d'utiliser des techniques sophistiquées d'infographie pour visualiser des structures

géométriques ou des données mathématiques complexes provenant par exemple de la dynamique des fluides. Malgré le fait que des mathématiciens éminents, comme Thurston par exemple, participent de façon essentielle au développement de la visualisation mathématique et que le comité éditorial du nouveau périodique «Experimental Mathematics» soit comme un «who's who» de mathématiciens distingués, Devlin craint que ces nouvelles disciplines ne se développent à l'extérieur du giron des mathématiques, tout comme jadis les statistiques, la recherche opérationnelle ou l'informatique dont les pionniers se considéraient pourtant eux-mêmes comme des mathématiciens. La perte de ces disciplines, qui appauvrit les mathématiques, tient en grande partie à la conception qu'ont les mathématiciens professionnels de leur pratique. Selon cette conception, qui était et qui est encore largement répandue, le vrai travail mathématique consiste à démontrer des théorèmes. Après avoir confessé qu'il a lui-même partagé cette conception, Devlin affirme qu'elle est trop étroite et rapporte une conception plus large: «toute étude dont le but ultime est la formulation d'un théorème devrait compter comme un domaine bona fide des mathématiques».

Dans le même ordre d'idées, Jaffe et Quinn (*Theoretical Mathematics: Toward a cultural synthesis of mathematics and theoretical physics*, Bulletin of the AMS, July 1993) établissent un parallèle intéressant entre la pratique de la physique et celle des mathématiques. En physique, il y a les théoriciens qui spéculent et les expérimentateurs qui vérifient. En mathématiques, ils suggèrent de clarifier les rôles: il y a en mathématiques aussi un aspect spéculatif théorique où des concepts nouveaux sont développés et où des conjectures sont énoncées (la conjecture de Fermat étant un exemple fameux de bonne spéculation), et un aspect vérification consistant à démontrer des théorèmes. Le rôle de l'expérimentateur en physique est joué en mathématiques par le démonstrateur de théorème!

Cette discussion devrait nous inspirer une réflexion sur l'enseignement des mathématiques dans les écoles. L'informatique a déjà un impact important sur cet enseignement et cette influence est appelée à grandir au fur et à

mesure que des machines très puissantes seront accessibles massivement. Cela pose un problème incontournable pour l'enseignement des mathématiques. Le public en général considère que les ordinateurs et les mathématiques sont des choses intimement liées et que, naturellement, ce sont les professeurs de mathématiques qui devraient s'occuper de l'utilisation des ordinateurs dans l'enseignement. D'autre part il semble bien que les jeunes soient fascinés par ces machines extraordinaires que sont les ordinateurs. Allons-nous laisser à d'autres, par manque de vision, le soin de développer ce secteur très important pour l'avenir? Je crois au contraire que nous devons prendre l'initiative de profiter de ce préjugé favorable de la population en général et de l'intérêt des jeunes, et investir massivement notre énergie dans un vaste programme de recyclage où nous apprendrions à nous servir des outils informatiques les plus puissants pour stimuler les élèves dans leur exploration du monde mathématique aussi bien dans ses aspects traditionnels, toujours nécessaires, que dans certains de ses aspects actuels les plus accessibles. Le logiciel «Cabri-géomètre» par exemple permettrait l'étude de la géométrie euclidienne dont l'enseignement a été abandonné il y a longtemps pour des raisons qui n'avaient rien à voir avec l'éducation. Ceci n'est évidemment qu'un exemple d'utilisation de ces machines qui sont, selon le mot de Papert «des êtres parlant mathématiques», ou même des «mathématiques incarnées» («embodied mathematics») comme le dit David Bolter dans son livre «Turing Man», publié en 1984. Notre réflexion sur ce sujet important peut être alimentée par la brochure «The Influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching» éditée par Bernard Cornu et Anthony Ralston et publiée par l'Unesco en octobre 1992.

Comme on le voit, ce débat n'a rien à voir avec le sexe des anges et a potentiellement énormément d'importance pour l'avenir de l'enseignement des mathématiques. J'ai cru comprendre à la dernière assemblée générale de l'AMQ que certains membres ont été piqués par les propos de M. Mandelbrot et sont prêts au débat. Je les invite à y participer en écrivant dans le bulletin de l'AMQ: les mathématiques ou la mathématique, telle est la question.