LA GÉOMÉTRIE AU SECTEUR GÉNÉRAL DE L'ENSEIGNEMENT COLLÉGIAL

M. Vincent Papillon,
Collège Jean-de-Brébeuf

Le découpage des mathématiques au secteur général

Au secteur général il y a essentiellement deux programmes consommateurs de mathématiques: *sciences de la nature* et *sciences humaines*. En sciences de la nature, le tronc commun comprend deux cours de calcul différentiel et intégral (103 et 203) et un cours d'algèbre linéaire et géométrie vectorielle (105); certains établissements ajoutent à ce tronc commun un cours de mathématiques complémentaires (101) dans lequel on trouve principalement une introduction aux nombres complexes, des éléments de combinatoire, de logique et de pré-calcul. De plus, les étudiants de sciences de la nature peuvent choisir un ou deux autres cours de mathématiques selon leur orientation: un troisième cours de calcul différentiel et intégral (303), ou un deuxième cours d'algèbre linéaire (205) ou un cours de probabilités et statistiques (307). En sciences humaines, tous doivent suivre au minimum le cours de méthodes quantitatives (300) qui est un cours d'introduction aux statistiques; selon les orientations universitaires, les étudiants de sciences humaines pourront suivre aussi les cours MAT 105, 103 et, pour certains, MAT 203; dans certains programmes de sciences humaines, notamment au baccalauréat international, on substitue le cours 307 au cours 300. On constate dans ces divers programmes un net découpage des mathématiques en trois blocs: un bloc *calcul* (103, 203, 303), un bloc *algèbre linéaire* (105, 205) et un bloc *probabilités et statistiques* (300 ou 307). Ce découpage n'a pas changé depuis la suppression par le CLESEC du cours 101, jugé alors trop variable d'une institution à l'autre.

Où est la géométrie?

Il y a bien peu de géométrie au collégial; seule la géométrie dite *vectorielle* (MAT 105) a survécu au découpage qui s'est imposé dans les programmes de mathématiques du collégial. Avec le résultat que les pythagoriciens de l'Antiquité en savaient infiniment plus sur la géométrie de notre monde que la plupart des diplômés actuels de nos collèges. On ne peut pas dire que la géométrie a été éliminée de l'enseignement collégial; il n'y en a tout simplement jamais eu beaucoup. Par ailleurs l'enseignement de la géométrie a complètement changé de visage au secondaire lors des récentes modifications aux programmes, notamment avec l'introduction de la géométrie des transformations; l'intention était probablement bonne mais dans la pratique il en est sorti bien peu de choses signifiantes pour les étudiants. De telle sorte que les étudiants qui se présentent au collégial ont des connaissances disparates et plutôt superficielles sur la géométrie classique, pour ne pas dire un préjugé défavorable. Le malheur vient de ce que les programmes actuels du collégial n'offrent pas de compensation pour ces lacunes en géométrie des nouveaux arrivants. Il est étonnant de constater, par exemple, que la très grande majorité des étudiants ne savent aucunement comment démontrer le théorème de Pythagore; il existe pourtant plus de 300 démonstrations de ce théorème fondamental s'il faut en croire le *Dictionnaire des mathématiques* (P.U.F., 1979). Le théorème de Pythagore était connu des Babyloniens 2000 ans avant notre ère; c'est, de tous les temps, le théorème le plus populaire à cause de ses nombreuses applications dans la vie courante. N'y aurait-il pas lieu d'enseigner une géométrie plus signifiante? De profiter des outils informatiques maintenant disponibles? Vivement une équipe québécoise de recherche en applications pédagogiques de *Cabri-géomètre!* Cabri-géomètre est un logiciel extraordinaire pour la recherche et l'expérimentation en géométrie à tous les niveaux, pour tous les ages, de 7 à 77 ans;

quelques minutes de travail sur Cabri-géomètre et on en vient à voir la géométrie comme une science ... expérimentale! Cabri-géomètre a été mis en vedette au Québec par ses concepteurs, Colette et Jean-Marie Laborde, au congrès ICME-7 qui se tenait à l'Université Laval en août 1992.

Pourquoi la géométrie?

Dans ses origines, la géométrie était l'art de mesurer, c'est-à-dire l'art de partager. Sait-on aujourd'hui comment partager un segment de droite donné en n parties égales à l'aide d'une règle et d'un compas? La plupart des étudiants de collège savent comment s'en tirer pour $n=2$; mais pour $n=3$ c'est une toute autre histoire... La plupart des étudiants savent construire un triangle équilatéral à la règle et au compas; beaucoup moins savent construire un carré et pratiquement aucun ne sait construire le pentagone régulier. Les Grecs savaient comment additionner, multiplier, diviser et extraire des racines carrées par de simples constructions sur des longueurs. Ces constructions sont riches d'enseignements sur l'histoire des mathématiques et elles ont un sens profond pour qui veut connaître la relation entre les nombres et les grandeurs.

L'étude de la géométrie classique nous reporte nécessairement aux sources de notre civilisation et à plusieurs temps forts de l'histoire des mathématiques. L'évolution de la géométrie euclidienne jusqu'à son axiomatisation est en soi un événement historique très important. Il est intéressant de voir comment le débat épistémologique autour des axiomes d'Euclide a été influencé par l'évolution de la géographie et de l'astronomie. À l'époque de la découverte des Amériques et de l'expansion des échanges commerciaux, l'étude des projections de la *sphère* sur un plan avait une très grande importance stratégique pour la cartographie et la navigation. C'est pour une bonne part l'étude des triangles sphériques qui a fait germer l'idée de modèles géométriques non euclidiens. La géométrie est le mariage d'un art et d'une science; l'art s'apprend et la science s'enseigne. Cette complémentarité s'est incarnée dans l'oeuvre des grands maîtres, de Brunelleschi à Escher et Coxeter, en passant par les meilleurs artisans de l'architecture et de l'art décoratif depuis les débuts de la civilisation.

De la géométrie en douce...

Pascal distinguait *l'esprit de géométrie* de *l'esprit de finesse* : à cette époque, il n'y avait pas de distinction entre la géométrie et les mathématiques. La rationalité s'incarnait dans *l'esprit de géométrie*. Les choses ont changé et on ne peut pas tout enseigner, c'est une évidence. On ne peut pas tout apprendre non plus. Faut-il chambarder les programmes de mathématiques du collégial pour y mettre un cours de géométrie? Ce serait un pas de plus vers le cloisonnement des sujets en mathématiques. Le découpage actuel des mathématiques est déjà suffisamment étanche, il ne faudrait pas aller vers la création d'un nouveau compartiment. Après avoir établi un consensus sur les connaissances qui sont nécessaires, il suffirait d'ouvrir les cours actuels à un contenu plus riche en géométrie. Cela ne signifie pas nécessairement plus d'heures ou plus de matière, mais simplement une approche différente. Par exemple, pourquoi ne pas demander la démonstration du théorème de Pythagore à l'occasion d'une application dans le cours de calcul différentiel? Ou encore, pourquoi ne pas profiter de l'introduction au calcul intégral pour expliquer ou simplement décrire le principe de Cavalieri pour le calcul des aires et des volumes? Pourquoi ne pas donner en exercice le calcul des principales caractéristiques métriques des cinq solides de Platon à l'occasion des calculs d'angles, de longueurs, d'aires et de volumes dans le cours de géométrie vectorielle? C'est un bon défi et une magnifique occasion de raconter un peu l'histoire des mathématiques. Pourquoi ne pas présenter les nombres complexes dans le cadre de la géométrie vectorielle et faire à cette occasion une synthèse de l'histoire des nombres, une réflexion sur l'interdépendance entre l'algèbre et la géométrie? Ces exemples suggèrent que nous avons à repenser fortement la place de l'histoire des mathématiques dans nos cours, non comme une fin en soi, mais comme un outil essentiel d'apprentissage signifiant.