DANS NOS CLASSES

Jean-Marie Labrie
Faculté d'éducation
Université de Sharbrooke

Problème de dénombrement

Introduction

Il n'est pas nécessaire de présenter une activité spectaculaire pour motiver les élèves. Il suffit de choisir une activité qui va leur permettre de relever un petit défi. Dans le cadre du cours de didactique des mathématiques au secondaire, je me demande à mes futurs enseignants et enseignantes de faire une expérimentation dans l'esprit du nouveau programme en mettant en évidence la méthodologie de la résolution de problèmes. Voici une activité réalisée par Anouk Villeneuve.

Le contexte

a. L'activité a été vécue par un groupe d'élèves de 1er secondaire de la région de Sherbrooke.

b. Ces élèves font partie d'un groupe mixte enrichi. Deux de ces élèves ont participé au cours mathématique organisé par le GRMS (Groupe des responsables de la mathématique au secondaire)

c. L'activité a duré de 5 à 20 minutes, à la toute fin d'une journée (le 26 mars 1992).

d. L'activité a été considérée dans le cadre d'une évaluation formative.

L'énoncé du problème

« Tu dois me trouver toutes les façons possibles de totaliser 26¢ avec des pièces de 10 ¢, de 5 ¢ ou de 1 ¢ que tu choisis à ta guise. Montre-moi comment tu es parvenu à la solution. Tu peux utiliser le quadrillage ci-dessous ou encore le verso de ta feuille. »

Les objectifs de l'activité

a. Objectif général : Développer chez l'élève des méthodes de résolution de problèmes et de les exposer d'une façon claire et organisée.

b. Objectif terminal : L'élève devra être capable de résoudre un cas simple d'une activité de dénombrement.

c. Objectif intermédiaire : L'élève devra maîtriser les 4 opérations fondamentales ainsi que le procédé d'échange.

Questions posées les élèves ou interventions

Quelques élèves ont posé des questions ou ont fait des interventions.

En voici quelques-unes :

1) Est-ce qu'on peut faire des additions ou des soustractions ? Est-ce qu'on peut les indiquer sur la grille ?

2) Combien il y en a ?

3) Est-ce que l'on peut avoir « zéro » dans une case ?

4) Peut-on indiquer le signe de la multiplication ou de la division sur la grille ?

5) Est-ce possible ? Je pense qu'il y a une infinité de solutions.

6) Comment vas-tu faire pour comprendre ce que je fais ?

7) Est-ce que j'ai le nombre de solutions ?

Prévoir les questions des élèves n'est pas facile ; c'est tout un art. Il est suggéré dans la préparation d'une activité de se faire une idée du type de questions que les élèves pourront poser.

Résultats globaux

Réponse d'élèves	Nombre d'élèves	Redondance	Erreur de calcul
12	9	non	non
12	3	oui	oui
11	4	non	non
11	3	non	oui (1)
11	1	oui (1)	non
11	1	oui (1)	oui (1)
10	1	oui (2)	non
10	1	oui (1)	non
9	2	non	non
8	1	non	oui (2)

Analyse des résultats

a. La moitié des élèves a réussi l'activité.

b. L'autre moitié a trouvé au moins 8 possibilités sur 12.

c. Il y a eu des oublis, des redoublements ou des erreurs de calcul.

d. Pour les élèves qui n'ont pas trouvé les 12 cas, il y a plusieurs situations. Il y a donc variété de rendement. Mais il y a plus.

Analyse ses stratégies

a. 16 élèves ont débuté l'activité par le cas : 1 x 1 ¢ + 1 x 5 ¢ + 2 x 10 ¢

9 élèves ont débuté par le cas : 16 x 1 ¢

1 élève a débuté par le cas : 11 x 1 ¢ + 1 x 5 ¢ + 1 x 10 ¢

Par conséquent, dans une activité de dénombrement, l'élève doit faire un choix pour commencer son activité.

b. Que font ensuite les élèves pour continuer l'activité ?

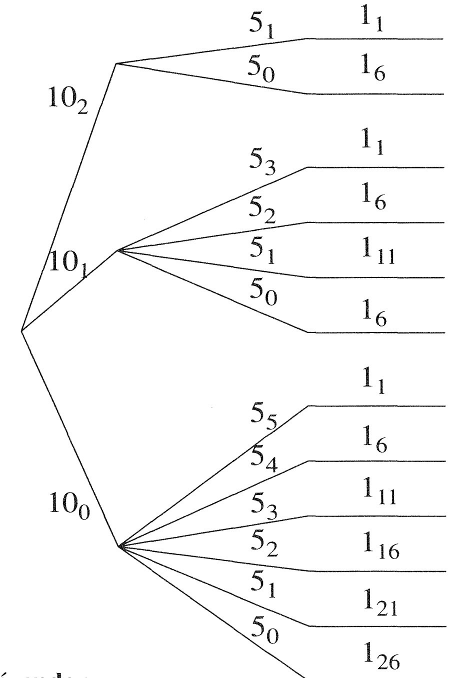
Ils utilisent le cas précédent pour trouver le cas suivant.

Exemple : 6 x 1 ¢ + 0 x 5 ¢ + 2 x 10 ¢ engendre 6 x 1 ¢ + 4 x 5 ¢ + 0 x 10 ¢ engendre 1 x 1 ¢ + 5 x 5 ¢ + 0 x 10 ¢ etc.

c. Deux élèves ont travaillé dans un ordre logique :

1) Ils ont trouvé tous les cas avec 2 pièces de 10 ¢ (2 cas);
2) Ensuite, ils ont trouvé tous les cas avec 1 pièce de 10 ¢ (4 cas);
3) Puis, tous les cas avec 0 pièce de 10 ¢ (6 cas);

Ces élèves ont construit alors un diagramme à arbre pour mieux illustrer leur démarche.



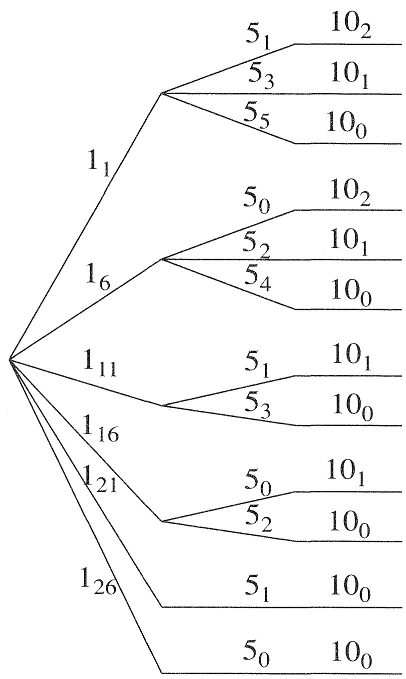
Légende :
10_2 = 2 X 10¢
5_2 = 3 X 5¢
1_2 = 11 X 1¢

Auteurs :
Karine Beauregard
Vincent Chouinard

d. Un seul élève a commencé par le nombre de pièces de 1 ¢. Cet élève a travaillé d'une façon logique :

1) tous les cas avec 1 pièce de 1 ¢ (3 cas)
2) tous les cas avec 6 pièces de 1 ¢ (3 cas) ;
3) tous les cas avec 11 pièces de 1 ¢ (2 cas) ;
4) tous les cas avec 16 pièces de 1 ¢ (2 cas) ;
5) tous les cas avec 21 pièces de 1 ¢ (1 cas) ;
6) tous les cas avec 26 pièces de 1 ¢ (1 cas);

Elle a construit le diagramme à arbre suivant pour illustrer sa démarche.



Auteure :
Marie-Pier Villeneuve

e. Seulement trois élèves sur 26 ont donc utilisé un diagramme pour mieux organiser leurs résultats. C'est le diagramme à arbres qui a été privilégié.

f. Tous les autres élèves ont plus ou moins fait appel au tâtonnement. Seulement 9 ont réussi alors à trouver toutes les possibilités.

Les processus les plus utilisés

Les processus mentaux les plus utilisés sont très élémentaires :

1) Les **quatres opérations de base** en arithmétique :

a. Combien de 5 ¢ dans 10 ¢ ? $10 \div 5 = 2$

b. Soustraction : 26 ¢ – 1 ¢ = 25 ¢ ; puis, division : combien de 5 ¢ dans 25 ¢ ? $25 \div 5 = 5$

c. Addition et multiplication: 6 x 1 ¢ + 2 x 5 ¢ = 1 x 10 ¢

2) Le **principe des échanges** dans la monnaie :

a. $10_1 \longleftrightarrow 5_2$ ou 1 fois 10 ¢ correspond à 2 fois 5 ¢

b. $1_6 \longleftrightarrow 1_1 + 5_1$ ou 6 fois 1 ¢ correspond à 1 fois 1 ¢ et 1 fois 5 ¢

c. $1_6 + 1_5 \longleftrightarrow 10_1 + 1_1$ ou 6 fois 1 ¢ et 5 fois 1 ¢ correspond à 1 fois 10 ¢ et 1 fois 1 ¢

Etc.

Les difficultés rencontrées

Pour toute activité de comptage, on rencontre les mêmes difficultés : dédoublements, oublis de cas, erreurs de calcul.

Remarque particulière

Dans la grille, on constate que 11 élèves sur 26 n'indiquent pas par un « zéro » quand on n'utilise pas un type de pièces. Zéro est un nombre cardinal et on doit l'indiquer et utiliser alors la notation appropriée.

Une conclusion

La stagiaire qui a fait l'activité a signalé que cette méthodologie de la résolution de problèmes n'est pas encore bien intégrée dans l'enseignement des mathématiques. Le critère qui l'indique est le fait que peu d'élèves ont utilisé les outils qu'ils connaissent, par exemple les diagrammes.

De plus, la méthode du « tâtonnement » devrait aboutir à une recherche d'une méthode plus sûre d'obtenir toutes les possibilités dans une activité de comptage. Les élèves ont bien aimé faire cette activité mathématique et pratique car ils ont fait appel à leur créativité et à leurs connaissances de bases.

N'ayons donc pas peur de lancer des défis, si petits soit-il, à tous nos élèves. Ils n'attendent que notre invitation !