Rubrique

Dans nos classes...

Jean-Marie Labrie
Université de Sherbrooke

Un tournoi de ping-pong

Introduction

Comme professeur de didactique de la mathématique au secondaire, je demande aux futurs enseignants ou enseignantes de préparer et d'expérimenter une activité pendant leur stage. Cette expérimentation est liée, dans la plupart des cas, à la méthodologie de la résolution de problèmes. Pour les stagiaires, c'est une expérience qui, au début, leur fait peur. Toutefois, ils reviennent enchantés de leur vécu dans les classes. Dans ce cadre, j'ai choisi une activité réalisée par Nathalie Deschênes dans une école de Magog.

Le contexte

a. L'activité a été vécue par deux groupes de première secondaire:
   1) un premier groupe mixte de 32 élèves;
   2) un deuxième groupe mixte de 31 élèves.

b. L'activité a duré environ de 10 à 20 minutes, dépendant du temps pris par l'élève pour faire l'évaluation sommative.

c. L'activité a été présentée sur une feuille polycopiée.

Les objectifs

Nathalie a mis en relief les objectifs suivants:

1. Objectif **général**:	DÉVELOPPER chez les élèves des méthodes de disposition en vue d'une expression claire de leur raisonnement.
2. Objectif **terminal**:	RÉSOUDRE un cas simple d'un problème de dénombrement.
3. Objectif **intermédiaire**:	RECONNAÎTRE ou RETROUVER une application de la combinatoire dans des activités quotidiennes.

Énoncé du problème

Huit (8) joueurs jouent au ping-pong. Chaque joueur joue contre tous les autres. Les équipes doivent toujours être différentes. Combien de parties doivent être jouées avant de déterminer un gagnant ?

Questions posées par les élèves

1) Est-ce que c'est comme au hockey ?
2) Est-ce que j'ai le droit de donner des noms aux joueurs ?
3) Est-ce que chaque joueur joue avec tous les joueurs ?
4) Est-ce que les équipes sont composées de deux (2) joueurs ?

À toutes ces questions, Nathalie a répondu **OUI**.

Résultat global

Réponses obtenues	Nombre d'élèves	Réponses obtenues	Nombre d'élèves
7	9	35	1
21	1	53	1
22	1	56	10
23	1	57	1
26	1	64	2
27	3	69	1
28	24	72	1
29	3	512	1

Note: Deux (2) élèves sur 63 n'ont pas eu le temps de faire l'activité.

Les élèves qui ont compris le problème

On peut considérer deux conceptions:

1er cas: Tournoi à la ronde

Les élèves qui ont présenté les réponses 21 à 53 ont compris totalement ou partiellement le problème. Ils sont au nombre de 36, soit environ 60 %.

2e cas: Tournoi par élimination rapide

Les élèves qui ont donné 7 ou 35 comme réponses ont lu trop rapidement le problème et ont pensé à un tournoi comme l'indique la Fig. 8. Ils sont au nombre de 10; ce qui donne environ 16 % des élèves.

Les élèves qui ont fait des oublis

Encore ici, on peut mettre en lumière deux situations:

1er cas: Avoir oublié qu'un joueur joue une seule fois avec un autre

Ce sont les élèves qui ont présenté les réponses 56, 57. Ils sont au nombre de 11; ce qui donne environ 18%.

2e cas: Avoir oublié en plus qu'un joueur ne peut jouer contre lui-même

Ce sont les élèves qui ont donné comme réponses 64, 69 ou 72. Ils sont au nombre de 4. Ce qui donne environ 7%.

Principales erreurs

On peut résumer les principales erreurs de la façon suivante:

1) Oublier un joueur: la réponse 21.

2) Oublier d'éliminer certains cas dans l'énumération.

3) Dénombrer ou compter incorrectement: 26, 27 ou 29.

4) Utiliser deux procédés simultanément: 35 ou 53.

5) Ne pas avoir pensé qu'un joueur ne joue qu'une fois avec un autre: 7 x 8.

6) Ne pas avoir pensé, en plus, qu'un joueur ne peut jouer avec lui-même: 8 x 8.

7) Ne pas avoir bien lu la consigne qui dit que chaque joueur joue avec tous les autres: 7.

Processus mentaux les plus utilisés

1. Identifier les joueurs (52 élèves)

   Les principales façons sont:

   a. Petits bonhommes seulement
   b. Lettres et petits bonhommes
   c. Lettres majuscules
   d. Lettres minuscules
   e. Chiffres
   f. Lettres et chiffres: J.1, n.1 ou E.1

2. Numéroter tous les cas comme on peut le voir dans la Fig. 1

3. Énumérer tous les cas sans nécessairement les identifier, en dressant une liste complète, en file indienne sous forme de colonnes principalement. En voici quelques exemples:

   a. A vs B (4 élèves)
   b. A contre B (1 élève) e. 1 et 2 (1 élève)
   c. 1 - 2 (8 élèves) f. A = B (1 élève)
   d. 1 <-> 2 (1 élève) g. 1,2 (1 élève)

4. Établir une liste structurée (en colonnes) présentée sous la forme d'un tableau:

   a. Verticalement (Fig. 9) (7 élèves)
   b. Verticalement en descendant (2 élèves)
   c. Horizontalement (1 élève)

5. Énumérer tous les cas d'une façon <u>ordonnée</u> sauf dans quelques cas

6. Simplifier l'énumération dans certains cas:

   1-2,3,4,5,6,7,8
   2-3,4,5,6,7,8 etc.

7. Éliminer les cas inutiles ou impossibles dans l'énumération exhaustive:

1-1 x	2-1 x	3-1 x	4-1 x
1-2	2-2 x	3-2 x	4-2 x
1-3	2-3	3-3 x	4-3 x
1-4	2-4	3-4	4-4 x etc.

8. Répéter les figures pour illustrer tous les cas: on peut le voir dans la Fig. 4.

9. Faire appel aux diagrammes ou à des représentations graphiques pour illustrer tous les cas, sans nécessairement en faire l'énumération:

   a. Diagrammes à arbres: Fig. 7 ou Fig. 8 (7 élèves)
   b. Diagramme sagittal: Fig. 1 (2 élèves)
   c. Dessins: Fig. 2 ou Fig. 6 (16 élèves)
   d. Tableaux, grilles: Fig. 3 ou Fig. 9 (20 élèves)

10. Effectuer seulement des opérations fondamentales:

   a. Addition: 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 OU 28
   b. Multiplication: 7 x 8 ou 8 x 8
   c. Soustraction: 8 - 1; 8 - 2; 8 - 3; etc.
   d. Division par 2: 28, 14, 7, 3, 1 ou 53
   e. Combinaison de ces opérations

Remarque

Comme c'est un problème de dénombrement, la plupart des élèves ont fait appel aux procédés d'énumération et de comptage. C'est l'addition qui est l'opération la plus fréquente.

Principales stratégies utilisées

Sans répéter tout ce qui a été analysé précédemment, on peut mettre en lumière les stratégies suivantes utilisées par les élèves de Nathalie:

1) Travailler par élimination

2) Supprimer les répétitions

3) Trouver une régularité dans l'énumération de tous les cas possibles

4) Établir une grille de type «produit cartésien» en mettant de côté les cas inutiles

5) Représenter tous les cas possibles à l'aide de vecteurs

6) Utiliser les lettres de l'alphabet français ou les chiffres arabes pour identifier les joueurs ou encore pour identifier les cas possibles (50 élèves)

7) Construire des diagrammes, des tableaux, des grilles ou des dessins, etc. (20 élèves)

8) Vérifier la réponse obtenue en rapport avec la question de la consigne du début

Conclusion

À partir de cette analyse, il est maintenant possible de tirer quelques observations:

a) Variation des présentations des solutions

b) Variété des stratégies utilisées

c) Variété des processus mentaux utilisés

d) Très peu de stratégies incohérentes, sauf celle qui donne 512

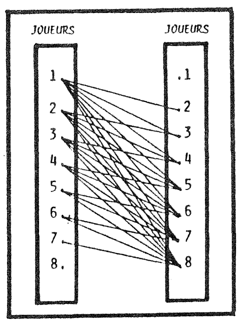
e) Utilisation faible des outils connus: diagramme sagittal, diagramme à arbres

f) Peu d'élèves ont présenté une solution abstraite du problème

g) La plupart des élèves ont construit peu à peu la solution

Je n'ai pas voulu ici faire de commentaires sur l'énoncé du problème. L'énoncé de ce problème est-il vraiment sans embûches pour tous les élèves même s'ils sont considérés comme forts? Finalement, on peut affirmer que la résolution de problèmes amène l'enseignante ou l'enseignant à réfléchir sur son enseignement des mathématiques. Quel beau métier dans le contexte actuel!

Jean-Marie Labrie
Faculté d'éducation
Université de Sherbrooke



Caroline et Geneviève Fig. 1

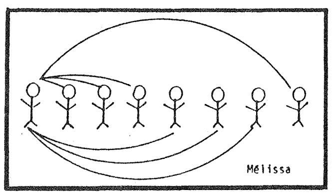


Fig. 2

A	1	B	C	15	E
A	2	C	C	16	F
A	3	D	C	17	G
A	4	E	C	18	H
A	5	F	D	19	E
A	6	G	D	20	F
A	7	H	D	21	G
B	8	C	D	22	H
B	9	D	E	23	F
B	10	E	E	24	G
B	11	F	E	25	H
B	12	G	F	26	G
B	13	H	F	27	H
C	14	D	G	28	H

Félix Fig. 3

Louis-Philippe

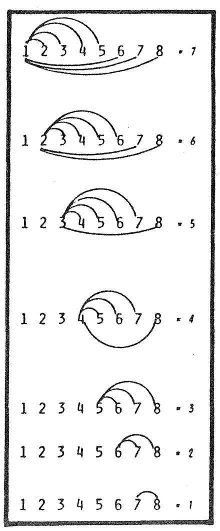


Fig. 4

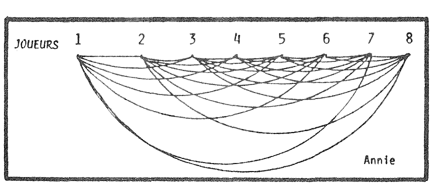


Fig. 5

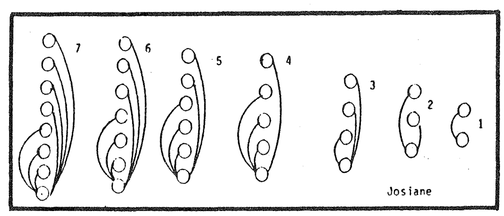


Fig. 6

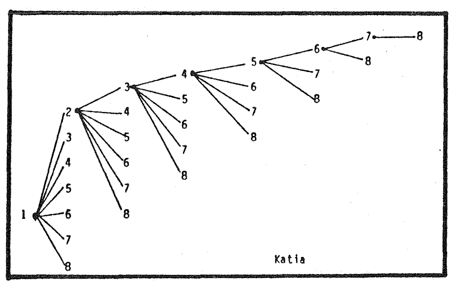
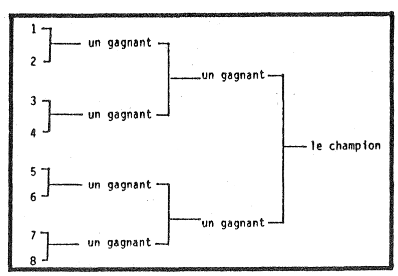


Fig. 7



Brigitte
Georgia
Steve (2)
Francis
Philippe
Anne

Fig. 8

1 vs 2	2 vs 3	3 vs 4	4 vs 5	5 vs 6	6 vs 7	7 vs 8
1 vs 3	2 vs 4	3 vs 5	4 vs 6	5 vs 7	6 vs 8	
1 vs 4	2 vs 5	3 vs 6	4 vs 7	5 vs 8		
1 vs 5	2 vs 6	3 vs 7	4 vs 8			
1 vs 6	2 vs 7	3 vs 8				
1 vs 7	2 vs 8					
1 vs 8						

Michel, Geneviève, Sarah, Chantal, Simon, Bruno, Isabelle, Christian (horizontalement), Martine et Peggy (en descendant). Fig. 9