Chronique

Jeux et problèmes

Jean-Marie Labrie

Depuis quelques années, mille et un articles ont été publiés sur la résolution de problèmes. De plus, parmi les principes méthodologiques prônés par le ministère de l'Éducation du Québec, on retrouve la résolution de problèmes. Est-il vrai, dans ce contexte, que cette méthodologie gagne de plus en plus d'adeptes ? Pour le savoir au moins qualitativement, je vous propose une technique d'évaluation qui permet de connaître vos attitudes et vos croyances vis-à-vis de la résolution de problèmes. Rien ne vous empêche de le proposer également à vos élèves. Dans la sincérité de votre être, vous répondez par un OUI ou par un NON. Après, vous trouverez un code pour découvrir votre pourcentage d'intérêt vis-à-vis de la résolution de problèmes.

Voici ce test qui comprend 20 phrases :

1. Je mets une réponse seulement pour finir un problème.
2. Ce n'est pas pour moi un plaisir de résoudre des problèmes.
3. J'ai presque toujours le goût de résoudre les problèmes.
4. Quand je n'ai pas la bonne réponse immédiatement, j'abandonne.
5. J'aime essayer des problèmes difficiles.
6. Mes idées concernant la façon de résoudre des problèmes ne sont pas aussi bonnes que les idées des autres.
7. Je peux seulement résoudre des problèmes que tout le monde peut faire.
8. Je ne m'arrête pas de travailler sur un problème jusqu'au moment où j'obtiens une réponse satisfaisante.
9. Je suis certain(e) que je peux résoudre la plupart des problèmes.
10. J'aime m'attarder longuement sur un problème.
11. Je suis meilleur(e) que beaucoup d'autres personnes à résoudre des problèmes.
12. J'ai besoin de quelqu'un pour m'aider à résoudre des problèmes.
13. Je peux résoudre la plupart des problèmes difficiles.
14. Il y a des problèmes que je ne veux même pas essayer de résoudre.
15. Je n'aime pas à essayer de résoudre des problèmes qui sont difficiles à comprendre.
16. Je continue à me pencher sur un problème aussi longtemps que je ne l'ai pas encore résolu.
17. J'aime à essayer de trouver une solution à un problème donné.
18. J'abandonne immédiatement certains problèmes.
19. La plupart des problèmes sont trop difficiles à résoudre pour moi.
20. Je suis un bon amateur de résolution de problèmes.

Une attitude positive à 100 % vis-à-vis de la résolution de problèmes est donnée par le code suivant :

1. N	5. O	9. O	13. O	17. O
2. N	6. N	10. O	14. N	18. N
3. O	7. N	11. O	15. N	19. N
4. N	8. O	12. N	16. O	20. O

Pour connaître le pourcentage d'attitude positive, vous comptez le nombre de réponses correspondant au code cidessus.

Exemple 1 : 17 réponses qui correspondent : 85 %. C'est excellent.

Exemple 2 : 8 réponses qui correspondent seulement : 40 %. C'est plutôt une attitude négative qui l'emporte sur une attitude positive.

De plus, dans cette technique d'évaluation, il est possible de vérifier plus finement trois attitudes bien précises et fondamentales vis-à-vis de la résolution de problèmes :

1re : La ténacité et la volonté à résoudre un problème (ou le contraire) : 1, 4, 8, 16 et 18

2e : La confiance en soi de se sentir capable de résoudre un problème (ou le contraire) : 6, 7, 9, 11, 12, 13, 14 et 19

3e : Le goût et l'amour de résoudre des problèmes (ou le contraire) : 2, 3, 5, 10, 15, 17 et 20

J'espère que ce test vous sera de quelque utilité dans votre enseignement et dans votre vie. N'hésitez pas à m'écrire à ce sujet ou sur toute autre expérience en résolution de problèmes. Je vous remercie à l'avance de votre collaboration toujours bien appréciée.

Nous recevons régulièrement des solutions aux problèmes et jeux proposés. Voici une solution du problème 79 dans laquelle on montre que la solution est <u>unique</u>. C'est un complément à la solution suggérée de ce problème dans le Bulletin AMQ, mars 1991; cette solution nous vient de Claudette Tabib, professeur au Collège Édouard-Montpetit de Longueuil.

Solution au problème 79

Si le produit des âges est égal à

$$10\,584\,000 = 14^2 \times 15^3 \times 16,$$

alors il y a 6 personnes dans ce groupe dont 2 sont âgées de 14 ans, 3 autres ont 15 ans et la 6e personne a 16 ans. La somme de leur âge est donc 89.

Remarque. Étant donné que

$$10\,584\,000 = 2^6 \times 3^3 \times 5^3 \times 7^2,$$

alors les seuls facteurs de ce nombre qui peuvent représenter des âges de jeunes adolescentes ou adolescents (en supposant l'âge d'un tel jeune strictement compris entre 10 et 20 ans) sont les suivants :

$$2^2 \times 3 = 12,$$
$$2 \times 7 = 14,$$
$$3 \times 5 = 15,$$
$$2^4 = 16,$$
$$2 \times 3^2 = 18.$$

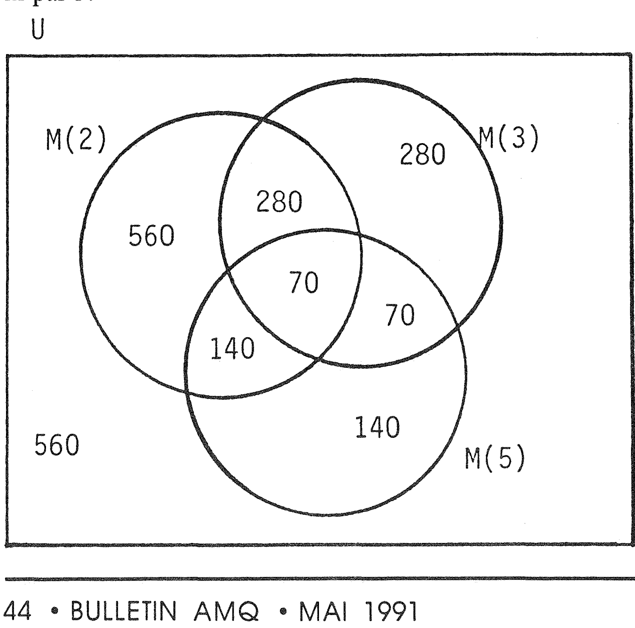
On peut maintenant montrer aisément que la solution proposée ci-dessus

$$(2 \times 7)^2 \times (3 \times 5)^3 \times (2^4)$$

est unique.

Problème no 82

Trouver, parmi les 2 100 premiers nombres naturels, le nombre de nombres qui ne sont divisibles ni par 2, ni par 3, ni par 5.



Solution suggérée :

$U = \{0, 1, 2, 3, ..., 2\,099\}$	$\# U = 2\,100$
$M(2) = \{0, 2, 4 ..., 2\,098\}$	$\# M(2) = 1\,050$
$M(3) = \{0, 3, 6, ..., 2\,097\}$	$\# M(3) = 700$
$M(5) = \{0, 5, 10, ..., 2\,095\}$	$\# M(5) = 420$

$M(2) \cap M(3) = M(6)$	$\#M(6) = 350$
$M(2) \cap M(5) = M(10)$	$\#M(10) = 210$
$M(3) \cap M(5) = M(15)$	$\#M(15) = 140$
$M(2) \cap M(3) \cap M(5) = M(30)$	$\#M(30) = 70$

Il y a donc 560 nombres naturels qui ne sont divisibles ni par 2, ni par 3, ni par 5.

Comment sont-ils répartis par tranche de 100 ?

1) 0 à 99 : 26	8) 700 à 799 : 28	15) 1 400 à 1 499 : 26
2) 100 à 199 : 28	9) 800 à 899 : 26	16) 1 500 à 1 599 : 26
3) 200 à 299 : 26	10) 900 à 999 : 26	17) 1 600 à 1 699 : 28
4) 300 à 399 : 26	11) 1 000 à 1 099 : 28	18) 1 700 à 1 799 : 26
5) 400 à 499 : 28	12) 1 100 à 1 199 : 26	19) 1 800 à 1 899 : 26
6) 500 à 599 : 26	13) 1 200 à 1 299 : 26	20) 1 900 à 1 999 : 28
7) 600 à 699 : 26	14) 1 300 à 1 399 : 28	21) 2 000 à 2 099 : 26

On peut observer qu'il existe une régularité dans la répartition des 560 nombres naturels qui ne sont divisibles ni par 2, ni par 3, ni par 5 :

à partir de 100 et à tous les 300 nombres, il y a 28 nombres non divisibles :

28 x 7 = 196 nombres ainsi trouvés.

Puis, il y a 14 tranches de 100 nombres qui en ont 26 :

$$14 \times 26 = 364.$$

Ce qui donne le total de 560 nombres naturels.

Cette régularité m'étonne! 26 et 28 sont deux nombres inférieurs à 30 qui est le plus petit commun multiple de 2, 3 et 5.

Problème no 83

Partager un carré en 6 carrés, en 7 carrés et en 8 carrés. Trouver une règle qui permettrait de savoir à l'avance qu'on peut partager un carré en 100 carrés disjoints.

Solution suggérée :

Il existe trois modèles de construction qui engendrent toutes les constructions possibles.

Seuls les nombres 2, 3 et 5 sont impossibles. On ne peut construire une figure de forme carrée qui aurait 2, 3 ou 5 carrés disjoints.

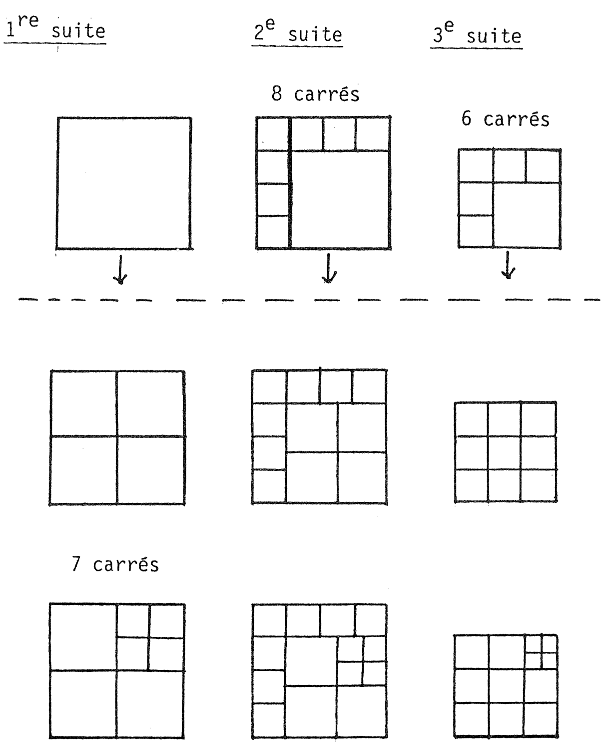
Il existe donc trois suites de construites :

1^re^ : 1, 4, 7, 10, 13, ...

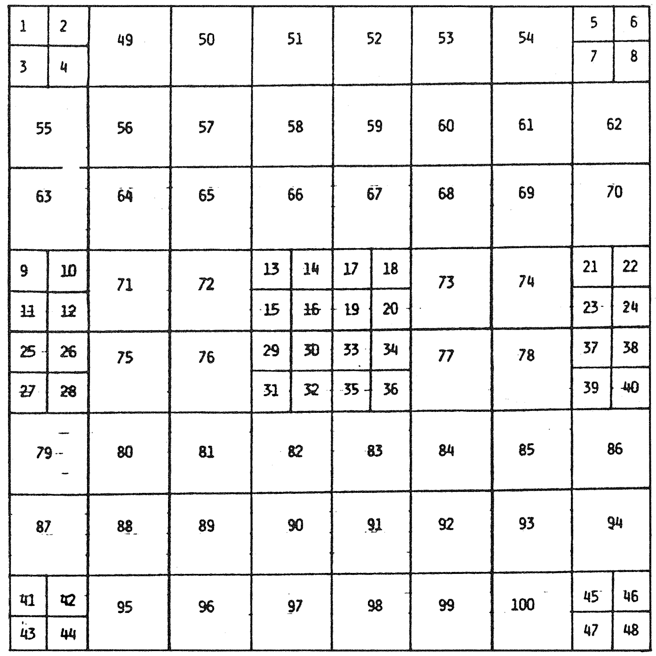
2^e^ : 8, 11, 14, 17, 20, ...

3^e^: 6, 9, 12, 15, 18, ...

Ce qui donne les constructions suivantes :



Finalement voici un exemple de construction de 100 carrés dans un grand carré; cette situation fait partie de la 1^re^ suite : 1, 4, 7, 10, ..., 100, 103, 106, ...



Problème no 84

Vieux problème de chapeaux !

Quatre mathématiciens A, B, C et D ont découvert le problème suivant. Le mathématicien A a d'abord fait asseoir les trois autres l'un derrière l'autre de façon que B puisse voir C et D, que C voit seulement D et que D ne voit ni B, ni C.

A a cinq chapeaux qu'il montre aux trois autres : 3 chapeaux sont verts et les deux autres sont rouges. A met un chapeau sur chaque mathématicien assis l'un derrière l'autre et rejette les deux chapeaux qui restent.

A pose la question suivante à B : quelle est la couleur de ton chapeau ? B répond qu'il est incapable de le dire.

Ensuite, A pose la question suivante à C : quelle est la couleur de ton chapeau ? C répond qu'il est incapable de le dire. Finalement, A pose la même question à D : quelle est la couleur de ton chapeau ? D donne la bonne réponse.

Quelle est cette réponse donnée par D ?

Solution suggérée :

1^re^ étape : Les 4 possibilités pour C et D :

V	V
V	R
R	V
R	R

2^e^ étape : Parce que B ne peut répondre, on doit éliminer le cas : RR, car il n'y a que 2 chapeaux rouges. Sinon, il aurait dit qu'il a un chapeau vert.

3^e étape : Parce que C ne peut répondre, on doit maintenant éliminer le cas : VR, car pour D vert, C peut avoir soit un chapeau rouge, soit un chapeau vert : VV ou RV; sinon, il aurait vu un chapeau rouge pour D et il aurait dit qu'il avait un chapeau vert.

4e étape : D sait alors qu'il a un chapeau vert.

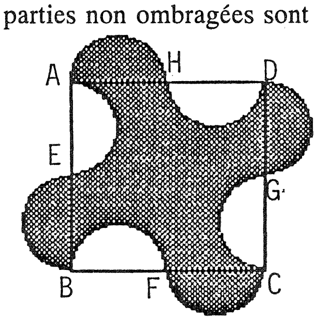
Voici les nouveaux jeux et problèmes.

Problème 85 (Ordre primaire)

Si 4 jours avant demain est un mercredi, quels sont les trois jours après hier ?

Problème 86 (Premier cycle du secondaire ou fin du primaire)

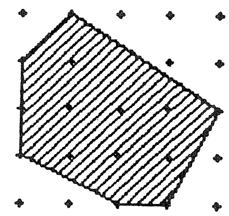
La mesure du côté du carré ABCD est égale à 2cm. E, F, G et H sont les points milieux respectifs des 4 côtés AB, BC, CD et DA. Les courbes en dehors du carré sont des demi-cercles et les courbes des parties non ombragées sont également des demi-cercles.



Trouver l'aire de la partie ombragée.

Problème 87 (1er cycle du secondaire)

Quelle est l'aire de la partie ombragée représentée sur le géo-plan ci-dessous ?



Problème 88 (Primaire ou secondaire)

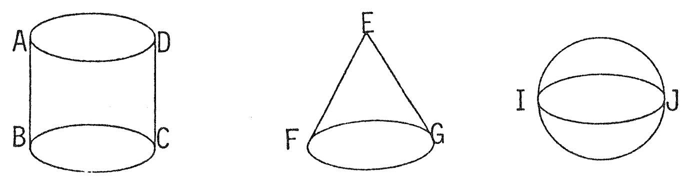
Dans l'espace à 3 dimensions, la formule d'Euler

$F + S - A = 2$ est-elle vraie pour le cylindre, le cône et la sphère ? Si oui, comment le montrer dans chaque cas ?

F : nombre de faces

S : nombre de sommets

A : nombre d'arêtes



Problème 89 (proposé par Maurice Brisebois)

Montrer que si n est un entier positif quelconque et m est un entier positif, le nombre entier

$$1 + n(n + 1) \dots (n + m)$$

ne peut jamais être un carré parfait pour tout n sauf si $m = 3$.

Veuillez envoyer toute correspondance à Jean-Marie Labrie, 1431 rue Gauvin, Sherbrooke, J1K 2J2.

DÉCÈS

Nous sommes consternés d'apprendre le décès de Gabriel Leblanc, bien connu de tous et toutes. Gabriel nous laisse le souvenir d'un homme courageux, dynamique et passionné.

Grâce à sa grande implication à plusieurs niveaux, ce pédagogue a marqué de façon indélébile son passage parmi nous. C'est pourquoi, nous présentons aux membres de sa famille et à ses amis, nos condoléances les plus sincères.