

CONCOURS DE L'AMQ 1986 (niveau secondaire)

Liste de lauréats — Questions et solutions

Nombre de participants: 1 543

Nombre d'écoles: 88

Moyenne: 27,7 sur 70

Date: 13 février 1986

Durée: 3 heures

14 h 00 à 17 h 00

LES PREMIERS LAURÉATS (Note: 52 et plus)

1 ^{er}	RENAUD, Pierre-Paul	Collège Saint-Charles-Garnier, Québec
2 ^e	CHAMPAGNE, Bernard Jr.	Collège Charles-Lemoyne, Ste-Catherine
3 ^e	GIGUÈRE, Sylvie POMERLEAU, Chantal	Polyvalente St-Georges, St-Georges est Polyvalente Évariste-Leblanc, Duvernay est
5 ^e	NGUYEN, Thi Phuong Anh	Villa Maria, Montréal
6 ^e	LEVERT, Charles	Collège Mont Saint-Louis, Montréal
7 ^e	MARQUIS, Sébastien PILON, Carl LEROUX, Patrice THÉBERGE, François	École St-Maxime, Laval Séminaire St-François, St-Augustin Collège de Montréal, Montréal Collège St-Alexandre, Gatineau
11 ^e	ST-AMAND, Alain TURGEON, Benoît VÉZINA, Louis	Polyvalente Paul Lejeune, St-Tite Ec. Sec. Mont St-Sacrement, St-Gabriel Valcartier Collège St-Charles-Garnier, Québec
14 ^e	LAFLAMME, Martin ACHILLE, Marie CÔTÉ, Patrice TRAN, Hong-Phuc	Collège de Lévis, Lévis Pensionnat du St-Nom-de-Marie, Outremont Externat St-Jean-Eudes, Québec Polyvalente le Carrefour, Val d'Or
18 ^e	BEAUREGARD, Bruno	Polyvalente J.H. Leclerc, Granby
19 ^e	AUBÉ, Diane RENAUD, Michel MORIN, Luc GODBOU, Nicolas JOLY, Isabelle DEMEULE, Éric KELLER, Veronika ALLARD, Christine RHÉAULT, Chantal MICHAUD, Danielle FRANCŒUR, Sylvain HANDA, Téruki NGUYEN, Thi Thuy Tien CAZELAIS, Marc PARÉ, Martin MARTIN, Michel RANNOU, Patrick PELLETIER, Jean VINCENT, Anne BÉRARD, Dominique LEMELIN, Dominic GROMKO, Tracy LAPOINTE, Luc PASIN, Francesca CHAPDELAIN, Sylvie DOIRE, Daniel CLOUTIER, Benoît DOYON, Daniel AUDET, Charles	Collège Mont Saint-Louis, Montréal Collège Mont Saint-Louis, Montréal Collège Mont Saint-Louis, Montréal Collège Mont Saint-Louis, Montréal Collège Mont Saint-Louis, Montréal Séminaire de Chicoutimi, Chicoutimi Pensionnat du St-Nom-de-Marie, Outremont Institut Esther-Blondin, St-Jacques Pensionnat du St-Nom-de-Marie, Outremont Collège Ste-Marcelline, Montréal Polyvalente Paul Le Jeune, St-Tite Polyvalente Deux-Montagnes, Deux-Montagnes Polyvalente Pierre Laporte, Ville Mont-Royal Polyvalente Pointe-aux-Trembles, P.-A.-Trembles Externat St-Jean-Eudes, Québec Polyvalente Jean-Dolbeau, Dolbeau Polyvalente Pointe-aux-Trembles, P.-A.-Trembles Séminaire St-François, St-Augustin Collège des Eudistes, Montréal Séminaire de Joliette, Joliette École Sec. François-Bourrin, Beauport Collège des Eudistes, Montréal Collège des Eudistes, Montréal Collège des Eudistes, Montréal Polyvalente de Loretteville, Loretteville Collège de Montréal, Montréal Collège de Montréal, Montréal Collège de Montréal, Montréal Collège St-Alexandre, Gatineau
48 ^e	BÉLANGER, Caroline ARBOUR, Nathalie DUMAIS, Guy LEVERT, Stéphane	Collège des Eudistes, Montréal Collège de l'Assomption, l'Assomption École Sec. Louis-Riel, Montréal Collège Bourget, Rigaud

52 ^e	SCHOENBORN, Olivier GIRARD, Gino SAMDJY, Razid PICARD, Yani TRUDEAU, Natacha TREMBLAY, Luc SEAH, Camille ALLARD, André BOURGEOIS, Stéphane DESCHÂTELETS, Pascal	Collège Beaubois, Pierrefonds Polyvalente Jean-Dolbeau, Dolbeau Collège Mont Saint-Louis, Montréal Éc. Sec. Mont St-Sacrement, St-Gabriel Valcartier Collège Durocher, St-Lambert École Sec. Bernard-Gariépy, Tracy Collège Notre-Dame, Montréal École Sec. Bernard-Gariépy, Tracy Séminaire de St-Hyacinthe, St-Hyacinthe Collège Mont Saint-Louis, Montréal
62 ^e	KENNEPOHL, Stephan CASTONGUAY, Alain ADAM, Audrey COURTEMANCHE, Chantal LAPOINTE, Michel CHARNEUX, Marco DROLET, Sophie GAUDETTE, Pascal	Collège Beaubois, Montréal Séminaire St-François, St-Augustin Institut Esther-Blondin, St-Jacques Polyvalente Neufchatel, Neufchatel Polyvalente J.-H. Leclerc, Granby École Sec. Pont-Viau, Laval Polyvalente de Loretteville, Loretteville Collège de Montréal, Montréal
70 ^e	CAZELAIS, Gilles PARENTEAU, Chantal	Collège St-Alexandre, Gatineau Villa Ste-Marcelline, Westmount
72 ^e	SEPPEY, Frédérick LACASSE, Benoît MELANÇON, Marc-André GRAMMOND, Sébastien BÉLANGER, Luc GUERGUERIAN, Anne-Marie FORTIN, Nadine LAVOIE, Karine VERVILLE, Christian ANJOS, Miguel	Collège des Eudistes, Montréal Petit Séminaire de Québec, Québec Collège Mont Saint-Louis, Montréal Collège Mont Saint-Louis, Montréal Collège Mont Saint-Louis, Montréal Collège Ste-Marcelline, Montréal École Sec. Pont-Viau, Laval Collège Ste-Anne, La Pocatière Collège Charles-Lemoyne, Ste-Catherine Collège Charles-Lemoyne, Ste-Catherine
82 ^e	MILLAR, Martin GRIMM, Christian MADORE, Bruno GIROUX, Louis-Philippe	Collège St-Alexandre, Gatineau Collège St-Alexandre, Gatineau École Sec. François-Bourrin, Beauport École Sec. François-Bourrin, Beauport
86 ^e	SERINET, Pierre-Yves CARETTE, Claude ADAM, Marc-Antoine BOISVERT, Stéphane FLYNN, Philippe KOVAC, George ST-GELAIS, Marie-Claude BOUDREAULT, Francis	Petit Séminaire de Québec, Québec Polyvalente St-Georges, St-Georges Collège St-Charles-Garnier, Québec Collège St-Bernard, Drummondville Collège de Montréal, Montréal Collège Mont St-Louis, Montréal Collège Mont Saint-Louis, Montréal Séminaire de Chicoutimi, Chicoutimi
94 ^e	SCHMIDT, Andrew DELAGE, Annick BOISVERT, Christine TAM, Ho-Chiu ASSELIN, Anne-Marie GAGNÉ, Pierre MILLONES, Denis BLANCHARD, Francis LAMONTAGNE, Jerry BEAUDET, Maribu SANS CARTIER, Benoît LAVOIE, Dominic SARRAZIN, Philippe MANDEVILLE, Marion SAVARD, Serge LEMIRE, Éric NOËL, Bernard PROVENÇAL, Edith LONGCHAMPS, Sylvain LACHANCE, Francis GAUTHIER, Mona	Collège Beaubois, Montréal Collège Beaubois, Montréal Collège Mont Notre-Dame, Sherbrooke Polyvalente Lucien Pagé, Montréal Polyvalente Baie St-François, Valleyfield Polyvalente Neufchâtel, Neufchâtel École Secondaire Louis-Riel, Montréal Polyvalente J.-H. Leclerc, Granby Collège de Lévis, Lévis Collège Mont Saint-Louis, Montréal Collège Mont Saint-Louis, Montréal Collège Mont Saint-Louis, Montréal Collège St-Alexandre, Gatineau École Sec. Bernard-Gariépy, Tracy Séminaire Sainte-Marie, Shawinigan Collège Charles-Lemoyne, Ste-Catherine Collège de Montréal, Montréal Villa Ste-Marcelline, Westmount Polyvalente Saint-Georges, Saint-Georges Polyvalente Saint-Georges, Saint-Georges Polyvalente Jean-Dolbeau, Dolbeau

QUESTIONS ET SOLUTIONS

1. Un problème radical

Évaluer $x^{x\sqrt{x}} - (x\sqrt{x})^x$ quand $x = 2\frac{1}{4}$.

Solution suggérée

Soit $x = \frac{9}{4}$. D'où, $\sqrt{x} = \frac{3}{2}$ et $x\sqrt{x} = \frac{27}{8}$.

$$1) x^{x\sqrt{x}} = \left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^{\frac{27}{8}} \text{ ou } \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{27}{4}}.$$

$$2) (x\sqrt{x})^x = \left[\left(\frac{3}{2}\right)^3\right]^{\frac{9}{4}} \text{ ou } \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{27}{4}}.$$

Donc, $x^{x\sqrt{x}} - (x\sqrt{x})^x = 0$ pour $x = \frac{9}{4}$.

2. Des chiffres en grand nombre

Il a fallu 5 745 chiffres pour numéroter les pages du Nouveau dictionnaire latin-français d'Eugène Benoist et Henri Goelzer. Combien de pages ce dictionnaire a-t-il? (Noter qu'il faut *trois* chiffres pour la page 234.)

Solution suggérée

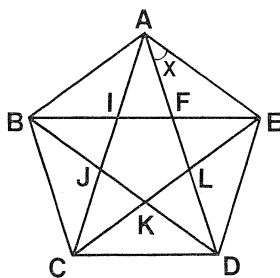
Pour numéroter les pages de 1 à 9, de 10 à 99 et de 100 à 999, il faut 9, 2×90 et 3×900 chiffres respectivement. En tout, 2 889 chiffres pour les pages 1 à 999. Il reste $5\,745 - 2\,889 = 2\,856$ chiffres pour numéroter les x pages, de 1 000 à $1\,000 + (x - 1)$, à quatre chiffres par page. On a donc: $x = \frac{2\,856}{4} = 714$.

Il y a donc 1 713 pages.

3. Mesures de l'angle

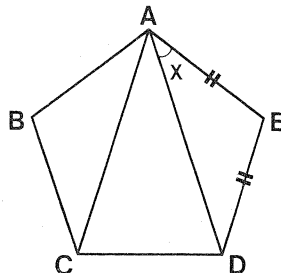
Dans un pentagone régulier (i.e. tous les côtés sont égaux et tous les angles sont égaux), on trace toutes les diagonales et on obtient la figure ci-dessous.

Calculer la mesure de l'angle x .



Solution suggérée

Le pentagone peut être divisé en trois triangles.



Ainsi, la somme des mesures des angles du pentagone est égale à $(3 \times 180^\circ)$ ou 540° . Comme tous les angles du pentagone sont congrus, la mesure de l'angle à chaque sommet est égale à 108° . Comme le triangle ADE est isocèle, les mesures de ses angles sont respectivement x , x et 108° .

D'où, $x + x + 108^\circ = 180^\circ$.

Ce qui donne finalement: $x = 36^\circ$.

4. Des oeufs et du café

Un commerçant a acheté trente-six douzaines d'oeufs, mais il a renversé une tasse de café sur la facture. Celle-ci est maintenant illisible, sauf pour deux chiffres du prix total: —8.5—\$. (Les traits indiquent deux chiffres illisibles). Il se souvient qu'une douzaine d'oeufs coûte moins que 2,00\$. Combien a-t-il payé pour ces oeufs et quel est le coût d'une douzaine?

Solution suggérée

Le prix total en cents est un nombre de quatre chiffres qui est divisible par $36 = 4 \times 9$, donc divisible par 4. Ses deux derniers chiffres forment donc un nombre divisible par 4: soit 52, soit 56. Le prix total est aussi divisible par 9; la somme de ses chiffres le sera donc aussi. Le prix total est donc soit 38,52\$, soit 88,56\$. Le prix d'une douzaine serait soit

$$\frac{38,52}{36} = 1,07\$, \text{ soit } \frac{88,56}{36} = 2,46\$.$$

Comme la douzaine coûte moins de 2,00\$, on conclut que le commerçant a payé 38,52\$ à 1,07\$ la douzaine.

5. Pouvez-vous continuer?

Si $x^2 = x + 1$, montrer que

$$x^3 = 2x + 1,$$

$$x^4 = 3x + 2 \text{ et que } x^5 = 5x + 3.$$

Solution suggérée

a. Si $x^2 = x + 1$, alors $x^3 = x(x^2)$
 $= x(x + 1)$
 $= x^2 + x$
 $= (x + 1) + x$
 $= 2x + 1$

b. $x^4 = x(x^3)$
 $= x(2x + 1)$
 $= 2x^2 + x$
 $= 2(x + 1) + x$
 $= 2x + 2 + x$
 $= 3x + 2$

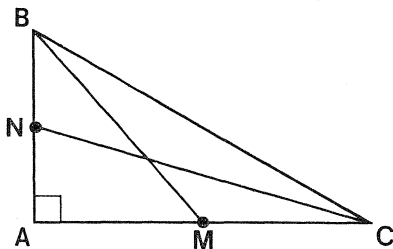
c. $x^5 = x(x^4)$
 $= x(3x + 2)$
 $= 3x^2 + 2x$
 $= 3(x + 1) + 2x$
 $= 3x + 3 + 2x$
 $= 5x + 3$

6. Carré de l'hypoténuse

Dans un triangle rectangle, on joint les deux extrémités de l'hypoténuse aux points milieux des côtés opposés. Montrer que quatre fois la somme des carrés de ces deux médianes égale cinq fois le carré de l'hypoténuse.

Solution suggérée

Soit le rectangle ABC ci-dessous, rectangle en A. Soit les points milieux M et N des côtés CA et AB respectivement.



Posons $m \overline{BC} = a$, $m \overline{CA} = b$; $m \overline{MB} = m$ et $m \overline{CN} = n$.

Alors, $m \overline{AM} = \frac{1}{2}(m \overline{AC}) = \frac{b}{2}$ et, dans le triangle rectangle

$$\text{AMB, } m^2 = c^2 + \frac{b^2}{4}.$$

De même, $m \overline{AN} = \frac{1}{2}(m \overline{AB}) = \frac{c}{2}$ et, dans le triangle rectangle

$$\text{ACN, on a: } n^2 = b^2 + \frac{c^2}{4}.$$

$$\begin{aligned} \text{D'où, } 4m^2 + 4n^2 &= (4c^2 + b^2) + (4b^2 + c^2) \\ &= 5c^2 + 5b^2 \\ &= 5(c^2 + b^2) \end{aligned}$$

Or, dans le triangle rectangle ABC, on a: $b^2 + c^2 = a^2$.

Donc, $4(m^2 + n^2) = 5a^2$. Ce qu'il fallait montrer.

7. Le problème de la solution au problème de la solution...

Une commode comprend trois rangées de deux tiroirs. La solution du problème no 7 de ce concours est cachée dans un des tiroirs. Chaque tiroir porte une inscription comme ci-dessous:

A La solution est dans le tiroir B	B La solution est dans le tiroir E
C La solution n'est pas ici	D La solution est ici
E La solution est dans le tiroir D	F La solution n'est pas dans le tiroir E

Dans chaque rangée, une inscription est vraie et l'autre fausse. Où se trouve la solution? Expliquer.

Si (l'inscription du tiroir) D était vraie, alors C serait vraie aussi. Donc, D est fausse (et C vraie). Par conséquent, E est fausse; donc, F est vraie. Comme B contredit F, B est fausse et A est vraie. La solution est donc dans le tiroir B.

SAVIEZ-VOUS QUE?

Depuis 15 ans, l'École normale de Rutovu au Burundi (Afrique centrale) participe au Concours mathématique du Québec. Cette école a un club de mathématiques comprenant au moins 200 membres et qui a été fondé par Jean-Marie Labrie. Cette année, il y a eu 35 participants et participantes. Plusieurs élèves ont fait bonne figure.

KARIJUMUSHAHA, Emmanuel	51
NHIAMBEPWA, Athanasie	50
NDIKUMAGENGE, Jean-Marie	50
NDIMURUKUNDO, Aimé	50
NDAYIKEJE, Marie	45

Bravo et félicitations à tous ces jeunes qui vivent au cœur de l'Afrique et dont le cœur et l'esprit vibrent au même diapason que nos élèves québécois!

N.D.L.R.