

LE TRIANGLE DE PASCAL EN DROITE LIGNE

Pierre Gingras, professeur au Campus
Notre-Dame-de-Foy, CAP-ROUGE

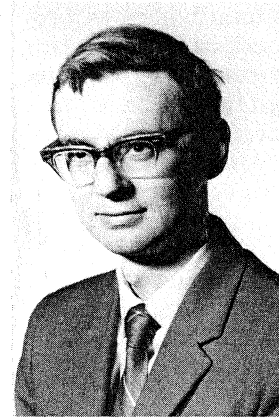
Les amateurs de mathématiques connaissent bien le triangle de Pascal et les relations qui existent entre ce triangle et les coefficients du binôme de Newton. Ils savent aussi comment on élabore les différentes lignes du triangle à partir de la ligne précédente; ce calcul est basé sur le fait suivant:

$$C_r^n + C_{r+1}^n = C_{r+1}^{n+1}$$

L'inconvénient de ce calcul, au niveau des applications, c'est que les valeurs incluses dans une ligne sont obtenues de façon itérative et qu'il devient alors nécessaire de calculer toutes les lignes précédant la ligne désirée. Ainsi, pour obtenir la dixième ligne, il faut bâtir le triangle suivant:

				1						
			1	1						
		1	2	1						
	1	3	3	1						
	1	4	6	4	1					
	1	5	10	10	5	1				
	1	6	15	20	15	6	1			
	1	7	21	35	35	21	7	1		
1	1	8	28	56	70	56	28	8	1	
1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	

fig. 1



Il existe une méthode simple de calcul des coefficients d'une ligne quelconque basée cette fois sur une autre propriété des coefficients du binôme, soit:

$$C_{r+1}^n = \frac{n-r}{r+1} C_r^n$$

C'est ce calcul que nous présentons sous forme schématique, à l'aide d'un exemple. Soit à développer les coefficients de $(a + b)^9$. On dispose sur deux lignes les nombres de 1 à 9: sur la première, on les écrit en ordre décroissant, sur la deuxième, en ordre croissant. La première ligne, c'est la ligne du haut, la seconde, la ligne du bas.

9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9

fig. 2

9	8	7	6	5	4	3	2	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---

1								
1	2	3	4	5	6	7	8	9

fig. 3

La suite des calculs est simple: on multiplie le nombre intermédiaire par celui du haut et on divise le résultat obtenu par le nombre du bas, ce qui donne le prochain nombre intermédiaire: ainsi, le deuxième nombre intermédiaire sera:

$$(1 \times 9) \div 1 = 9$$

le troisième sera:

$$(9 \times 8) \div 2 = 36$$

le quatrième sera:

$$(36 \times 7) \div 3 = 84$$

etc.

Lorsque le tableau sera complété, la ligne intermédiaire contiendra les coefficients recherchés (fig. 4).

9	8	7	6	5	4	3	2	1	
1	9	36	84	126	126	84	36	9	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	

fig. 4

NDLR: Nous remercions la direction des *Cahiers de Cap-Rouge* de nous avoir donné l'autorisation de publier cet article, tiré du Vol 11, no 4, 1983, pp. 58-60.