



**DES QUADRILATÈRES GAUCHES!**

À la suite des exercices fort intéressants en géométrie projective proposés par Henry Crapo dans son article intitulé «Représenter des configurations spatiales» (voir *Bulletin AMQ*, décembre 1983, vol. 23, no 4, pp. 33-34), voici quelques problèmes supplémentaires, développés par des membres du Groupe de recherche en topologie structurale, groupe d'intérêt de l'AMQ.

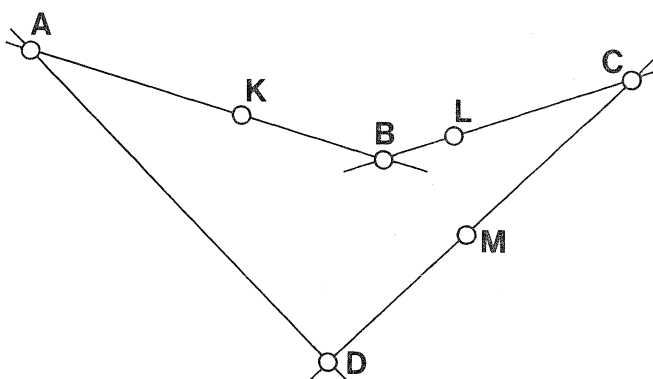
Les problèmes qui suivent, par ordre croissant de difficultés, reposent sur très peu de connaissances mathématiques comme telles. Il faut évidemment savoir qu'un quadrilatère gauche est un quadrilatère plié sur une de ses diagonales de telle sorte que ses sommets ne soient pas tous dans un même plan. Ainsi il n'est pas «droit», mais bien «gauche». Comme trois points non colinéaires déterminent un plan unique, on peut donc dire que le

quadrilatère gauche est la structure tridimensionnelle la plus simple qui soit, du moins d'un point de vue topologique!

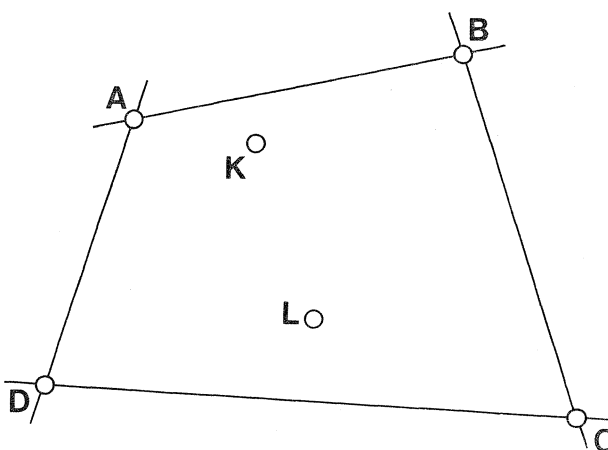
Ce qui surprendra la personne qui se frottera aux problèmes qui suivent, c'est d'une part le peu de connaissances mathématiques traditionnelles utiles à la découverte des solutions, par rapport à d'autres habiletés reliées à une bonne perception structurale d'un espace géométrique (voir à ce sujet l'article intitulé «Vers une définition opératoire de la perception spatiale», par Janos Baracs et alii, *Bulletin AMQ*, décembre 1983, vol. 23, no 4, pp. 8-14), et d'autre part la relative «complexité» de la plus «simple» structure sortant du plan, le quadrilatère gauche. L'environnement mathématique que nous proposons à nos élèves ne souffrirait-il pas de quelques absences en géométrie?

**PROBLÈMES**

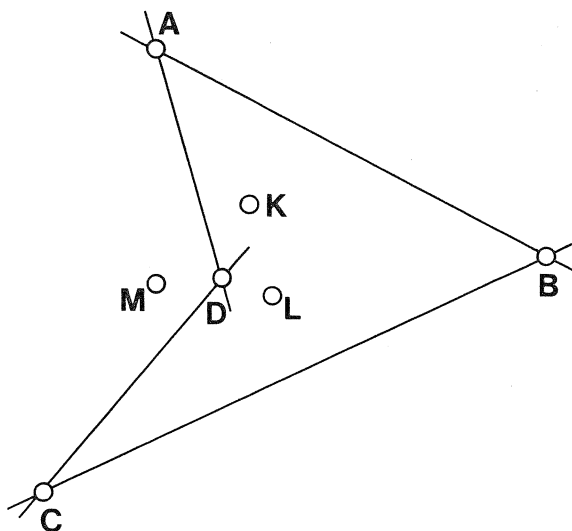
1. On donne la projection ABCD d'un quadrilatère gauche et les points K, L et M sur les arêtes AB, BC et CD respectivement. Construire le point de percée N du plan KLM et de la droite AD.



2. On donne la projection ABCD d'un quadrilatère gauche et les points K et L sur les plans ABD et BCD respectivement. Construire le point de percée M de la droite KL sur le plan ABC.



3. On donne la projection ABCD d'un quadrilatère gauche et les points K, L et M dans les plans ABD, BCD et ACD respectivement. Construire l'intersection du plan KLM et du plan ADC. (†)



(†) (Après un réel effort pour les solutionner, si nécessaire, consulter les solutions à la page 38.)

### EXPÉRIMENTATION DE PROBLÈMES-CHOC

En vue d'aider les professeurs intéressés à expérimenter un problème-choc en classe et à faire part des résultats observés aux collègues-lecteurs de cette chronique, nous reproduisons ci-dessous une grille publiée par Gilbert Arsac et Michel Mante, membres d'une équipe de l'IREM de Lyon, dans un tiré-à-part intitulé «Des problèmes ouverts dans nos classes de premier cycle». Cette grille, pensée pour des «problèmes ouverts», peut très bien s'appliquer à nos «problèmes-chocs».

### GRILLE DE RAPPORT D'EXPÉRIMENTATION DE PROBLÈMES OUVERTS

ÉTABLISSEMENT:

CLASSE:

#### I. ÉNONCÉ

#### II. Conditions dans lesquelles ce problème a été proposé.

(Nombre de séances, travail en groupe ou individuel,...).

#### III. Déroulement de la ou des séances de recherche.

- 1) Réaction des élèves face à l'énoncé.
- 2) Méthodes de recherche utilisées par les élèves (entre autre, quelles difficultés ont-ils rencontrées, quelles questions ont été le plus souvent posées au cours de leurs recherches,...).

- 3) Conjectures proposées par les élèves.
- 4) Problèmes annexes soulevés et éventuellement résolus par les élèves.
- 5) Résultats trouvés.
- 6) Intervention du professeur.  
(Quand? Comment? Pourquoi? A-t-il fallu relancer la motivation de certains groupes?...).
- 7) Y a-t-il eu une séance de bilan?  
Déroulement.

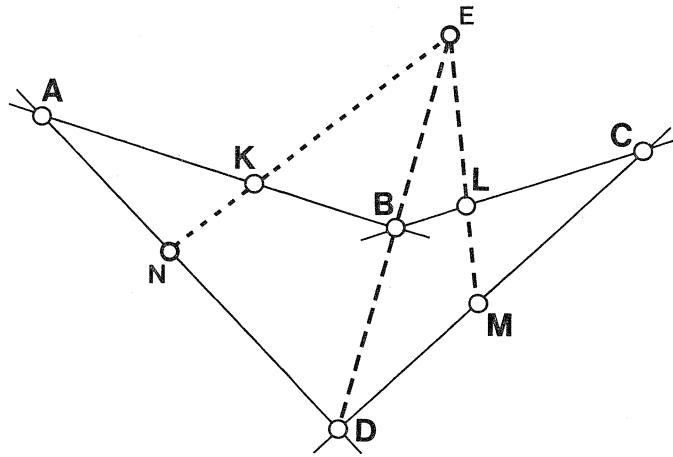
#### IV. CONCLUSION

- 1) Quelles sont les principales notions mathématiques utilisées?
- 2) La nécessité d'une preuve s'est-elle faite ressentir?
- 3) La recherche de ces problèmes a-t-elle permis d'introduire des notions mathématiques nouvelles?
- 4) Remarques particulières.  
(Entre autres, «les bons» sont-ils restés «bons», les «faibles» sont-ils restés «faibles»? Avez-vous une méthode pour évaluer ce genre de travail des élèves?...).

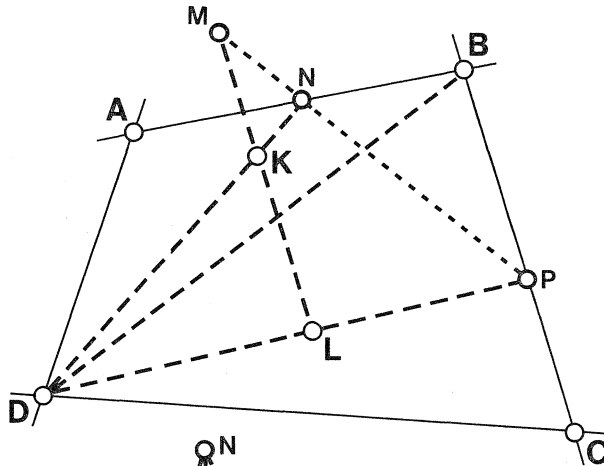


## SOLUTIONS

1. La diagonale  $BD$  appartient à la droite d'intersection des plans  $ABD$  et  $BDC$ . Ceci nous indique le point  $E$  comme étant le point d'intersection des deux plans précédents avec le plan  $KLM$ . La droite  $EK$  est donc la droite d'intersection des plans  $KLM$  et  $ABD$ , et coupe donc la droite  $AD$  en un point  $N$ , le point de percée recherché.



2. La droite  $NP$  est la droite d'intersection des plans  $DKL$  et  $ABC$ .  $M$  est donc le point de percée recherché de la droite  $KL$  sur le plan  $ABC$ .



3. La droite  $PQ$  est la droite d'intersection des plans  $ABC$  et  $DKL$ .  $N$  est donc le point d'intersection des deux plans précédents avec le plan  $ADC$ . On peut ainsi trouver le point  $R$  à l'intersection des droites  $ND$  et  $KL$ , ce qui nous donne un second point appartenant à la droite d'intersection des plans  $KLM$  et  $ADC$ . La droite  $RM$  est la droite recherchée.

