

Le 2 décembre dernier, dans le cadre de la session d'automne du GRMS qui se tenait à Drummondville, un groupe de professeurs du primaire au collégial se réunissaient en session de travail autour du thème des «problèmes-chocs» et plus généralement de la place du problème dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Les participants s'étaient munis d'exemples (c'était leur droit d'entrée!) dont certains avaient même été expérimentés auprès de groupes d'élèves.

En voici un, réalisé et expérimenté par Michèle Gingras, professeur au département de mathématiques du Cégep Édouard-Montpetit, accompagné de ses commentaires didactiques.

### LE PROBLÈME

La ville B est située à mi-chemin entre les villes A et C. Un automobiliste parcourt la distance de A à B à une vitesse moyenne de 100 km/h et la distance de B à C à une vitesse moyenne de 80 km/h. Quelle est sa vitesse moyenne sur l'ensemble du parcours?

**La réponse intuitive:** 90 km/h.\*

### CONDITIONS DE L'EXPÉRIMENTATION

Le problème a été posé à 4 sous-groupes de Math 103 sciences humaines (environ 15 étudiants par sous-groupe) pendant une période de travaux pratiques, plusieurs semaines après l'étude des taux de variation moyens.

Dans un groupe le problème a été présenté à 8 heures le matin, dans les autres groupes en fin d'avant-midi ou début d'après-midi. Le groupe de 8 heures a très peu participé, les autres ont vraiment cherché la solution.

Je me suis installée au tableau en écrivant toutes les solutions ou amorces de solutions proposées et en explorant avec eux toutes les pistes suggérées. Ils ont réussi à abandonner d'eux-mêmes les fausses pistes, mais j'ai dû parfois leur donner un coup de pouce pour redémarrer, soit en relisant avec eux l'énoncé en insistant sur certains mots, soit en leur rappelant qu'ils connaissaient certaines notions.

\* La solution est à la page 5.

### LES RÉACTIONS PREMIÈRES

- Ça ne peut pas être autre chose que 90.
- Si tu nous poses la question, ça n'est sûrement pas 90.
- Moi, la physique!
- S'est-il arrêté en chemin?
- Il a dû ralentir devant la ville B pour passer de 100 à 80 km/h.
- Une chose est certaine, ça prend plus de temps pour la 2<sup>e</sup> partie.

### LA DÉMARCHE SUIVIE PAR LES ÉTUDIANTS

Dans les 4 groupes on se rappelle (plus ou moins péniblement) qu'une vitesse moyenne est un taux de variation moyen et qu'on a déjà vu ça.

Dans 3 groupes on m'apporte LA FORMULE:

$$\frac{d(t_2) - d(t_1)}{t_2 - t_1}$$

mais il n'y a pas de fonction  $d$  dans l'énoncé!

Dans le 4<sup>e</sup> groupe on me parle d'abord de pente de droite et on me suggère un graphique. Après avoir identifié les axes (avec difficulté) on décide de partir du point  $O(0, 0)$ . Quand je leur demande comment tracer la droite, on me dit qu'il faudrait connaître sa pente et que, pour ça, il faut prendre LA FORMULE. Et nous voilà revenus au même point que dans les autres groupes!

Et on s'acharne à essayer «de mettre des valeurs dans la formule». On pense à poser  $t_1 = 0$  et  $d(t_1) = 0$ , de même qu'à appeler A la distance entre A et C, d'où  $d(t_2) = A$ , et voilà pour le numérateur.

C'est beaucoup plus pénible d'en arriver à penser que  $t_2 - t_1$  (une différence) peut être calculée en faisant la somme de deux temps. Et on ne voit pas comment les calculer ces deux temps. Il a fallu que je leur demande combien ils mettraient de temps à parcourir 300 km à une vitesse moyenne de 60 km/h pour qu'ils y arrivent.

### L'APRÈS-SOLUTION

Je leur ai suggéré de tracer le graphique.

On me dit de partir de 0 et d'aller jusqu'à  $\frac{a}{2}$  pour représenter la première partie du trajet. Mais de là à savoir où est  $\frac{a}{2}$ !

(Suite à la page 47.)

Après avoir trouvé que  $\frac{a}{2}$  est l'ordonnée de l'extrémité du segment, on doit «redécouvrir»:

- que la pente est connue et donnée par la vitesse moyenne;
- qu'on sait tracer une droite dont on connaît un point et la pente;
- qu'en abaissant une perpendiculaire du point d'ordonnée  $\frac{a}{2}$  on trouvera le temps requis pour parcourir les  $\frac{a}{2}$  premiers kilomètres.

Le tracé du deuxième segment de droite s'effectue sans problème.

Je leur demande maintenant pourquoi la réponse obtenue est inférieure à la réponse «espérée» et la

plupart voient rapidement, à partir du graphique, qu'on met plus de temps à 80 km/h qu'à 100.

### QUELQUES RÉACTIONS SUPPLÉMENTAIRES

- «L'énoncé semblait tellement simple qu'on n'a pas pris le temps de réfléchir».
- «C'est comme lorsqu'on calcule notre moyenne en oubliant qu'un examen compte pour plus qu'un autre».

Un étudiant a «découvert», en regardant le graphique, que la pente de la droite est égale à la tangente de l'angle.

Quelques étudiants m'ont ensuite proposé des problèmes du genre «récréations mathématiques» ou «atrapes».

# *LES PROBLÈMES-CHOCS* (Suite de la page 27)

## **LA SOLUTION**

Soit  $2a$  la distance entre A et C, alors la vitesse moyenne =  $\frac{2a}{\frac{a}{100} + \frac{a}{80}} = 88,8 \text{ km/h}$ .