

1. Notation

∧

2. Définition

$$\hat{\epsilon} = \frac{1}{x} \text{ où } x = \lim_{y \rightarrow \infty} y.$$

3. Démonstration

Par définition on a $\hat{\epsilon} \neq 0$ puisque quel que soit x , $\frac{1}{x} = 0$ n'admet pas de solution dans \mathbb{R} . $\hat{\epsilon}$ existe donc dans l'intervalle $]0, \infty[= [\hat{\epsilon}, \infty[$ (sinon, on supposerait une discontinuité dans \mathbb{R}).

4. Utilité (justification)

La justification du nombre $\hat{\epsilon}$ est toute théorique¹:

- (a) PHYSIQUE: On définit le point de forme \odot que nous appellerons alpha. Son point central est lui-même un point alpha. Théoriquement, ces points tendront à avoir des points milieux relatifs et, à l'infini, le point milieu absolu de ces points milieux relatifs sera de dimension égale à $\hat{\epsilon}$.
- (b) MATHÉMATIQUE: L'égalité approximative \approx peut être rectifiée par $\hat{\epsilon}$. En effet, si on a $a \odot b^2$ et si a tend vers b , on écrit $a \approx b$ ce qui, avec plus de précision, pourrait s'écrire comme suit: $a + \hat{\epsilon} = b$.

(c) NOTATION: $\hat{\epsilon}$ peut servir à qualifier une quantité négligeable.

5. Propriété

La seule propriété propre à $\hat{\epsilon}$ est également la seule qui soit digne d'intérêt: $\hat{\epsilon}$ est le seul nombre premier au sens strict dans \mathbb{R} . Les nombres réels (sauf 0) sont donc tous des multiples de $\hat{\epsilon}$.

1. La valeur $\hat{\epsilon}$ est théorique au sens où elle est symbolique. Elle n'a aucune existence pratique dans \mathbb{R} comme un nombre réel normal. Elle n'existe qu'au niveau abstrait des idées symboliques. Cet article traite de $\hat{\epsilon}$ dans \mathbb{R}_+ mais $\hat{\epsilon}$ est compris dans les nombres réels négatifs. L'inégalité $x > 0$ est synonyme de $x \geq \hat{\epsilon}$. L'inégalité $x < 0$ est synonyme de $x \leq -(\hat{\epsilon})$. L'important est de donner un sens à l'infini. Ce nombre existe «théoriquement» sur l'axe des x , d'où son nom.
2. Les symboles \odot ou \ominus ne doivent pas être confondus avec $<$ ou $>$ car ils tiennent compte des différences asymptotiques. Par exemple on a: $5,9 \odot 6$, $6 + \hat{\epsilon} \odot 6$ et $6 \ominus 5,9$. Cette conception spéciale de l'infini demande une notation décimale appropriée dans le cadre de cet article. On a: $\hat{\epsilon} = 0,0\bar{1}$ (où $\bar{0}$ est le zéro périodique). Donc $0,9 \neq 1$, $0,9 \approx 1$ et $0,9 \odot 1$. Si $x = 0,9$, alors $10x = 9,9\bar{0}$ et $9x = 8,9\bar{1}$. Mais $9 \div 8,9\bar{1} = 0,9$. Donc $x \neq 1$ car $0,9 \neq 1$. On a encore: $0,9 \odot 1$; $0,9 \approx 1$ et $0,9 + \hat{\epsilon} = 1$.

UN LIVRE INTÉRESSANT

La géométrie et la topologie des surfaces par Daniel LEHMANN (Collection «Mathématiques»).

La géométrie et la topologie différentielles se situent à un carrefour des mathématiques, nécessitant l'utilisation et la synthèse de nombreuses théories plus structurées (d'algèbre, d'analyse et de géométrie). Cette richesse, qui fait l'intérêt de la discipline, contribuant en particulier à mettre en relief l'unité des mathématiques, explique aussi les difficultés qu'il y a en contrepartie à l'enseigner. Pour remédier à ces difficultés, les auteurs ont choisi de se borner à l'étude des surfaces où beaucoup des grandes théories de topologie et géométrie différentielles se simplifient considérablement sur le plan technique, tout en fournissant des résultats qui restent consistants et significatifs.

Ce livre comprend trois parties (outillages et recueils d'exemples aux chapitres 0, 1 et 2; géométrie riemannienne au chapitre 3; topologies algébrique et différentielle aux chapitres 4 et 5) dont l'essentiel des deux premières est susceptible de figurer dans les programmes de premier cycle universitaire ou de préparation aux grandes écoles.