JEUX ET PROBLÈMES

Cette page est destinée à tous les membres de l'AMQ en général, et plus particulièrement à ceux ou celles qui aiment relever de petits défis. Jusqu'à maintenant, nous avons invité quatre régions à présenter des problèmes ou à suggérer des solutions aux problèmes proposés.

Cette fois, nous lançons le défi aux deux régions suivantes:

1. *L'Estrie,*
2. *L'Outaouais.*

SOLUTIONS SUGGÉRÉES POUR DES PROBLÈMES DES BULLETINS PRÉCÉDENTS

Problème 2

QUESTION

Quelle forme doit avoir la courbe la plus courte qui traverse un triangle équilatéral et qui le coupe en deux parties de même aire?

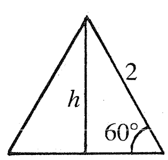
SOLUTION SUGGÉRÉE

Un professeur du Cégep de Rimouski nous a envoyé les notes suivantes:

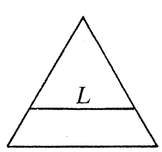
J'ai lu le problème 2 dans le bulletin de mars 1983. Je n'y ai pas trouvé de solution mais j'ai fait quelques essais sur des cas particuliers.

Le triangle équilatéral de 2 unités de côté a pour hauteur:

$$h = 2 \sin 60° = \sqrt{3}.$$



Mesurons maintenant la longueur L de la droite qui sépare le même triangle en deux parties de même aire et qui est parallèle à la base. On sait que l'aire de ce triangle est $\frac{2\sqrt{3}}{2}$ c'est-à-dire $\sqrt{3}$.

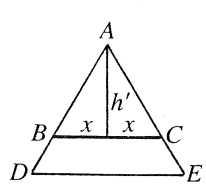


Dans ce triangle, on a (cf. 3e figure):

$$h' = x \cot 30° = \sqrt{3}x.$$

L'aire du triangle ABC est donc:

$$\frac{2x \cdot \sqrt{3}x}{2} = \sqrt{3}x^2.$$



Si α désigne l'aire du triangle ABC et β, celle du triangle DAE, alors on doit avoir:

$$\alpha = \frac{\beta}{2}.$$

Cela donne donc:

$$\sqrt{3}x^2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x^2 = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Par conséquent, la longueur cherchée est:

$$L = 2x = 2\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}.$$

Nous avons donc trouvé un segment (le segment BC de la dernière figure) plus court que la hauteur, et divisant le triangle équilatéral en deux parties de même aire.

Problème 3

QUESTION

On observe que:

$$6^2 = 11+5^2$$
$$56^2 = 1\,111+45^2$$
$$556^2 = 111\,111+445^2$$
$$5\,556^2 = 11\,111\,111+4\,445^2.$$

Peut-on généraliser?

SOLUTION SUGGÉRÉE

Un lecteur a fait les observations suivantes:

1) On compte deux fois moins de chiffres à gauche du signe d'égalité (sauf le chiffre de l'exposant) qu'il y a de «1» à sa droite.
2) Il y a autant de «5» à gauche que de «4» à droite.
3) On compte autant de «6» à gauche que de «5» à droite.

On peut donc ensuite généraliser et deviner n'importe quel résultat.

EXEMPLE:

$$(555\,555\,556)^2 = 111\,111\,111\,111\,111\,111 + 444\,444\,445^2.$$

Problème 4

(a) Quelle est la capacité d'une calculatrice électronique?

(b) Quelle est l'expression correspondant au googol?

(c) Quelle est l'expression correspondant au googolplex?

SOLUTION SUGGÉRÉE

(a) Toute calculatrice électronique peut calculer jusqu'au nombre $9{,}999... \times 10^{99}$, qui est presque le googol.

(b) Le googol s'exprime en notation exponentielle par 10^{100}.

(c) Le googolplex est désigné par 10^{googol}, i.e. $10^{10^{100}}$.

Peut-on imaginer combien il faudrait de zéros après le 1 pour écrire ce nombre au long?

NOUVEAUX PROBLÈMES

Problème 5

Dans une grille cinq par cinq, il s'agit de placer successsivement les 25 premiers nombres naturels, la règle de déplacement d'une case à l'autre étant celle du cavalier au jeu d'échec (comme le montre la figure ci-contre).

		3		
2				
	1			

(a) Y a-t-il plusieurs solutions? Expliquer.

(b) Peut-on commencer par n'importe quelle case? Pourquoi?

(c) Peut-on généraliser le problème pour toute grille carrée?

Problème 6

On présente la suite suivante:

1, 9, 36, 225, ...

(a) Quel est le 5^{e} terme de cette suite?

(b) Trouver une illustration correspondant à cette suite de nombres.

NOS LECTEURS NOUS ÉCRIVENT

LETTRE DE FRANCE

Madame la présidente de l'AMQ,
Montréal.

Chère Collègue,

L'Association des professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public projette d'éditer une brochure sur l'enseignement des Mathématiques hors de France. Je suis donc à la recherche de collègues étrangers qui accepteraient d'écrire un article sur la structure de leur système éducatif, la formation de leurs enseignants et les contenus et objectifs de l'enseignement des Mathématiques jusqu'à l'équivalent de notre baccalauréat (environ 18 ans).

Pourriez-vous contribuer à la rédaction de cette brochure ou, à défaut, me trouver un collègue susceptible de le faire?

Je vous remercie d'avance et vous prie d'accepter mes salutations cordiales.

Gabriel BORGER
Membre du Bureau National
46, rue Charles de Gaulle
57 158 MONTIGNY-lès-METZ
FRANCE

NOTE DU BUREAU

Tout membre de l'AMQ, intéressé à donner suite à cette lettre ou à participer à cette chronique est prié de communiquer avec le:

Secrétariat de l'AMQ
C.P. 147
Montréal-Nord
H1H 5L2

ANNONCE

Une série de conférences sera donnée les vendredi soir à 15 heures, à l'UQAM, au 1193 rue Carré Philippe, à la salle 6340.

Un des conférenciers sera M. Gérard Viennot, maître de recherches C.N.R.S., Bordeaux, France.

Pour plus d'informations, téléphoner à Pierre Leroux: 282-3236.