UNE CRITIQUE DU LIVRE DE C. H. EDWARDS:

«THE HISTORICAL DEVELOPMENT OF THE CALCULUS»

Robert Roy, Cégep St-Jean-sur-Richelieu

PRÉSENTATION DU LIVRE

Charles Henry Edwards, Jr. a écrit le volume intitulé « *The Historical Development of the calculus* », et le présent travail constitue une brève critique de cet essai sur l'histoire du calcul. Précisons d'abord que le calcul dont il s'agit, c'est le calcul différentiel et intégral.

Le volume est constitué de douze chapitres et couvre entièrement les aspects les plus importants du développement de ce calcul. Edwards spécifie même en préface :

> « ...from the measurement of land area in antiquity to the nonstandard analysis of the twentieth century » (page viii)

Les deux premiers chapitres présentent la période grecque. Les cinq chapitres subséquents traitent du développement du calcul pré-newtonien. Les chapitres 8 et 9 sont consacrés à Newton et à Leibniz. Les chapitres 10 et 11 décrivent le calcul moderne dans le sens que lui ont donné Euler, Taylor, Cauchy, Riemann, etc. Finalement, le dernier chapitre traite de la période actuelle du développement sous deux facettes: la théorie de l'intégrale de Lebesgue et l'analyse non-standard.

En plus d'inclure un exposé historique complet, le volume contient environ deux cents exercices qui permettent une certaine pratique des méthodes qui existaient en calcul à chaque époque de son développement. C'est là un des aspects centraux du volume qui sera décrit dans le présent travail. Un autre élément important réside dans le choix que fait l'auteur en présentant les formulations mathématiques en notations modernes, tout en préservant les raisonnements d'époque, bien entendu. C'est là un excellent choix qui permet une présentation simple.

L'histoire du calcul : UN MODÈLE DE DÉVELOPPEMENT

Le calcul différentiel et intégral prend ses bases dans la plus lointaine antiquité. Son évolution a été lente et continue depuis cette période. Le calcul s'est révélé un instrument « par excellence » pour la résolution de problèmes dans de multiples disciplines.

Il se dégage une cohérence sans précédent dans le développement historique du calcul. On peut analyser la structure même des découvertes scientifiques et l'importante fonction des paradigmes par le biais de l'histoire du calcul. Edwards dit, dans sa préface :

> « The solution of specific problems has, in the development of the calculus, often played a role not unlike that of the experimentum crucis in natural science. Typically, a particular problem solution yields, by inference, a general technique or procedure wich confronts first the question of what new problems it can solve, and in turn raises conceptual questions regarding the range of its applicability, the answers to which may finally illuminate the original problem. » (page viii)

Discutant de la découverte de la fameuse formule du produit de Wallis (qui approxime la valeur de π), l'auteur emploie les termes suivants :

> « ...we describe the original and almost mystical investigations of Wallis and Newton, not merely as one of the most exotic byways in the history of mathematics, but also as a paradigm example of the frequently unexpected nature and sequence of mathematical invention, and of the crucial distinction between rigorous proof and the process of discovery that must precede it. » (page 169)

> « Wallis replied that his purpose was not so much to show a method Demonstrating things already known as to show a way of Investigation or finding out of things yet unknown. » (page 176)

Finalement, en abordant le calcul newtonien au chapitre 8, il fait une nuance intéressante entre la découverte d'un fait et la pleine reconnaissance de toute la portée de cette découverte. Cette remarque s'applique, non seulement en mathématiques, mais dans l'ensemble du monde scientifique :

> « What is involved here is the difference between the mere discovery of an important fact, and the recognition that it is important – that is, that it provides the basis for further progress. » (page 189)

Les trois citations permettent de comprendre que l'étude du développement du calcul, pour l'auteur, se situe dans un cadre, dans une structure d'analyses historiques où l'épistémologie n'est pas absente. En effet, le calcul est un reflet assez intéressant de bien des facettes de l'étude critique destinée à dégager la provenance, l'origine logique des sciences.

L'HISTOIRE DU CALCUL AVEC UN CRAYON EN MAIN

> « The history of mathematics, like mathematics itself, is best learned not by passive reading, but with pen in hand. » (page viii)

Dans cette section, nous donnerons quelques extraits de l'ouvrage, où l'on comprend bien l'importance et l'attrait des exercices qui sont donnés au lecteur. Ces exercices, très nombreux, permettent une pratique adéquate du matériel historique présenté. Il est intéressant et très instructif de prouver ou de déduire certains résultats, sensiblement de la même manière qu'ils ont été rencontrés pour la première fois.

Au premier chapitre, à l'exercice 3b (page 2), on obtient une très bonne approximation de π en considérant l'aire d'un carré inscrit dans un cercle et dont on retire les quatres coins après avoir divisé chaque côté en trois parties égales. À l'exercice 12 (page 11) du même chapitre, on illustre une corde de longueur x qui soit solution de l'équation $x^2 = ab$.

Au second chapitre, qui traite d'Archimède, en explorant la spirale, les exercices 15 et 16 (page 56) nous demandent de montrer comment faire la quadrature du cercle et la trisection d'un angle à l'aide d'une spirale. En discutant ensuite de la connection arabe, au troisième chapitre, l'exercice 1 (page 83) nous demande de compléter un carré, mais dans le sens géométrique du terme. On pourrait faire une liste d'exercices dont la connaissance et la pratique nous conduisent à comprendre les liens entre les méthodes employées à une époque donnée et l'ensemble des problèmes résolus par ces méthodes.

Le volume contient beaucoup d'exemples de ces excellents exercices de mise en situation. À la page 176, la section sur la quadrature de la cycloïde n'est qu'une séquence de quatre exercices permettant de déduire la quadrature en question. Dans les chapitres consacrés à Newton et à Leibniz, nombre d'exercices emploient les notations et les méthodes originales de ces deux grands mathématiciens. Et jusqu'à la fin, intégrale de Lebesgue et analyse non-standard inclusivement, le lecteur a l'occasion de mettre en pratique les résultats présentés. C'est là une excellente chose.

UNE SOLIDE PRÉSENTATION HISTORIQUE

Le livre d'Edwards ne contient pas uniquement de bons exercices. Il présente clairement la continuité des recherches qui ont été menées pour arriver à la forme actuelle du calcul. Un souci de la présentation des détails réellement importants, une vision contextuellement juste, une clarté de l'énoncé, ce sont là des points qui permettent de considérer l'ouvrage comme une des plus solides présentations historiques des mathématiques.

Pour juger de ces finesses, nous relaterons ici quelques éléments qui nous semblent garants d'une grande qualité. Dans les deux premiers chapitres par exemple, une grande importance a été attribuée aux preuves de la forme *« reductio ad absurdum »* des Grecs. Les Grecs aimaient beaucoup inscrire et circonscrire une figure ou un volume pour en calculer l'aire ou le volume, et cette méthode était abondamment employée dans l'antiquité. Terminant la période grecque, Edwards souligne (page 75) les trois ingrédients qu'il manquait au calcul des Grecs :

(1) Le concept de limite,

(2) Un algorithme pour calculer les aires et les volumes,

(3) La connaissance de la relation entre les problèmes d'aires et de tangentes.

Pour décrire les Romains, qui étaient de médiocres mathématiciens, il dit :

> « The Romans were an intensely practical people who undertook great construction projects (bridges, highways, viaducts, etc.) on the basis of rule of thumb procedures, but had no interest and did not support abstract and theoritical studies. » (page 78)

Au sujet de l'invention des logarithmes par Napier, on note que :

> « The urgent need for some device to shorten the labor of tedious multiplications and divisions with wany decimal places, was met through the invention of logarithms... » (page 142)

Il introduit les séries trigonométriques de Fourier en prenant comme base l'équation de la chaleur. Il rappelle que Peano, en 1887, a été le premier à donner une définition formelle de la notion d'aire. Il parle de la fonction de Weierstrass, partout continue, mais non différentiable à chacun de ses points. Tous ces détails, isolés dans le présent texte, prennent beaucoup de saveur, situés dans leur contexte historique.

Pour finir, nous citerons une remarque intéressante concernant l'intégrale de Lebesgue, que nous retrouvons à la page 338 :

> « For the Lebesgue integral, it turns out that :
>
> $$\lim_{n\to\infty} \int_a^b f_n(x)dx = \int_a^b f(x)dx$$
>
> holds under very weak conditions ; this is the main reason for the modern prominence of Lebesgue theory of integration. »

Les arguments du livre sont justes, précis et la démarche de l'auteur est claire, ce qui en fait un livre apprécié.

DES RÉFLEXIONS À POURSUIVRE

Quelques remarques de l'auteur apparaissent presque comme des thèses qu'il conviendrait d'éclairer, de pousser plus avant. Il ne s'agit pas de minimiser l'ouvrage en le montrant incomplet, mais bien de montrer quelques éléments de réflexion qu'il faudrait analyser plus avant. Les deux premières citations concernent la rigueur :

> « Although the Greek bequest of deductive rigor is the

distinguishing feature of modern mathematics, it is arguable that, had all succeeding generations also refused to use real numbers and limits until they fully understood them, the calculus might never had been developed, and mathematics might now be a dead and forgotten science. » (page 79)

« In contrast to medieval speculators, Cavalieri was less interested in questions as to the precise nature or existence of indivisibles, than in their pragmatic use as a device for obtaining computational results. Rigor, he wrote in the Exercitationes, is the affair of philosophy rather than mathematics. » (page 104)

Une autre réflexion concerne le théorème fondamental du calcul et la longue démarche entre sa découverte et la reconnaissance de son importance :

« Perhaps the most clear-cut example in the history of calculus, between discovery and the recognition of significance, is provided by the fundamental theorem of calculus... This relationship was implicit in the results of the early seventeenth century area computations ... Indeed, Barrew stated an proved a geometric theorem ... However, he failed to recognize his fundamental theorem provided the basis for a new subject. » (page 190)

Finalement, on ne saurait terminer sans citer un jugement (qui s'avérera peut-être une prophétie) sur la valeur des travaux en analyse non-standard :

« My own view is that nonstandard analysis is a significant development of contemporary mathematics with more implications for the future than for the past. » (page 346)

En conclusion, nous inciterions tout utilisateur sérieux du calcul différentiel et intégral (qu'il soit chercheur, enseignant ou autre) à lire ce livre qui permet une ouverture intéressante sur ce sujet passionnant et où chacun trouvera son compte d'idées et d'informations.

Référence : Charles Henry EDWARDS
The Historical Development of the Calculus
Springer-Verlag, N.Y., 1979.

LES PROBLÈMES-CHOCS
(SOLUTIONS ; cf. p. 31)

–1–

1re SOLUTION : Le pôle Nord (solution triviale).

AUTRE SOLUTION : Tous les points situés à une distance de 1 000 km du parallèle ayant lui-même 1 000 km de circonférence.

AUTRE SOLUTION : Tous les points situés à une distance de 1 000 km des parallèles ayant $^{1000}/_n$ km de longueur, n étant un naturel.

–2–

■ Les chances du bon sont d'environ 0,4 (exactement $^{25}/_{63}$), celles de la brute, de 0,38 (exactement $^{24}/_{63}$) et celles du truand, de 0,22 (exactement $^{2}/_{9}$).

■ Si le bon tirait le premier, ses chances de survivre ne seraient approximativement que de 0,31 (exactement $^{59}/_{189}$), celles de la brute de 0,54 (exactement $^{34}/_{63}$) et celles du truand de 0,15 (exactement $^{4}/_{27}$). Par conséquent, s'il en avait le choix, le bon devrait s'abstenir de tirer, s'il est le premier à tirer !

Pour vous en convaincre et si vous ne voulez pas vous casser la tête à calculer les chances de chaque tireur, vous pouvez simuler quelques dizaines de duels, à l'aide d'un simulo* ou d'une table de nombres aléatoires.

* Voir la note 2 à la page 31.

JEU DE MÉMOIRE
(SOLUTIONS ; cf. p. 5)

Bernard Riemann
Leonhard Euler
René Descartes
Gottfried Wilhelm Leibniz
Isaac Newton
Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor
Amelia Emmy Noether
Max Noether
Pierre de Fermat
Joseph-Louis de Lagrange
Augustin-Louis Cauchy
Edmond Halley
Marin Mersenne
Richard Dedekind
Léopold Kronecker
David Hilbert
Christian Huygens
Jean Bernoulli
Daniel Bernoulli
Nicolas Bernoulli

☆ ☆ ☆