

LA DIDACTIQUE DE LA MATHÉMATIQUE, SES QUESTIONS, SES MÉTHODES¹

Ernestine Lepage
UQAR

Avant de m'interroger sur les questions que pose une didactique de la mathématique et les méthodes qu'elle utilise, j'ai cru bon de réfléchir avec vous sur le sens de la didactique de la mathématique et la relation qu'elle a avec les autres sciences qui servent à l'alimenter.

Didactique de la mathématique

Selon le Petit Robert (1973), la didactique se définit comme quelque chose qui a rapport à l'enseignement. Comme genre littéraire, elle s'efforcerait «d'instruire sous une forme agréable et poétique».

Si le didacticien de la mathématique n'exclut pas de son horizon toute forme d'art et de poésie, il ne se restreint pas non plus au seul fait «d'instruire et d'enseigner».

Dans son volume, *Didactique psychologique*, Hans Aebli définit la didactique comme une «science auxiliaire de la pédagogie à laquelle cette dernière délègue, pour la réalisation de détails, des tâches éducatives plus générales²».

Selon cette vision, j'admets difficilement — et vous serez d'accord avec moi — que le didacticien soit considéré comme un auxiliaire du pédagogue.

Je concède cependant que la didactique ait des points communs avec la pédagogie; mais je la vois aussi en relation avec d'autres sciences.

J'apprécie mieux Aebli lorsqu'il dit: «Toute didactique doit définir, et définit en fait, non seulement comment les élèves connaissent une certaine matière, mais encore comment ils l'apprennent³».

Pour ce faire, une didactique de la mathématique n'apparaît viable qu'en relation étroite non seulement avec la pédagogie, mais aussi avec la psychologie génétique, les théories de l'apprentissage et, bien entendu, la mathématique.

L'apport mathématique

C'est presque une vérité de La Palice de dire que la didactique s'exerce sur un contenu. Faire une didactique à vide, ce serait comme parler sans idées.

La mathématique est le contenu ou l'objet de la didactique de la mathématique. Comme cet objet est à lui seul une science complète en elle-même, la tâche du didacticien de la mathématique ne consiste pas à réinventer cette science, mais à y exercer une action réflexive afin de scruter le sens des concepts mathé-

matiques, des liens qui les unissent, de la structure qui les rassemble.

Cette action réflexive devient l'effort constant du didacticien qui cherche à clarifier pour lui et pour les autres la mathématique comme science que l'on veut apprendre à apprendre.

L'apport de la psychologie

La réflexion exercée sur la mathématique ne suffit pas au didacticien; il lui faut connaître, d'une part, l'apprenant comme tel et les phénomènes en jeu dans son apprentissage.

La psychologie génétique et opératoire apporte au didacticien de la mathématique toute une série d'informations sur la formation des structures cognitives. Elle lui fournit des moyens de découvrir le niveau de développement atteint par les individus chez qui on doit favoriser l'apprentissage mathématique.

La psychologie génétique nous renseigne aussi sur l'activité du sujet qui apprend. Par exemple, les travaux de Piaget et de plusieurs autres, nous font connaître les mécanismes du développement de la pensée ainsi que la nature et les propriétés de celle-ci.

Reprenant l'explication de la théorie opératoire de Piaget, Hayat Mirza dit ceci:

«Deux pôles convergent pour la formation de la connaissance: le sujet agissant (et pensant), vis-à-vis du monde extérieur des objets... Ces objets lui apparaissent sous des transformations continues de leurs qualités et de leurs propriétés. (...) L'esprit (essaie) de trouver un invariant à travers les modifications et (...) les moyens adéquats de fonder cet invariant: l'intervention personnelle et effective du sujet lui permet d'assimiler le réel devant lequel il est placé (...) et de s'y accommoder. L'équilibre de cette assimilation - accommodation constitue l'acte d'intelligence et favorise la construction des éléments de la connaissance⁴».

Cette description du mode de connaissance ainsi que la compréhension des rythmes de développement peut apporter un certain éclairage au didacticien de la mathématique qui doit connaître la structure cognitive du sujet à qui s'adresse sa science.

Les expériences menées dans le domaine de la psychologie de l'apprentissage sont aussi très utiles à ce didacticien parce qu'elles lui apportent un support

théorique à l'élaboration de son mode et de ses méthodes d'intervention.

En effet, les théories de la connaissance sont des supports indispensables à une didactique de la mathématique. Par exemple, le didacticien de la mathématique aurait tout intérêt à connaître les études sur les processus de traitement de l'information (Anderson), celles portant sur la structure de l'intelligence (Guilford), celles traitant des processus cognitifs (Taba) ainsi que celles concernant les niveaux et les étapes de conceptualisation (Woodruff). Toutes ces études, et bien d'autres relatives à l'apprentissage, fournissent un support important à la compréhension de l'apprentissage mathématique.

L'apport de la pédagogie

Même si j'ai refusé de restreindre la didactique à une science auxiliaire de la pédagogie, je n'en admetts pas moins l'apport important de la pédagogie à la didactique de la mathématique.

Pour réaliser pleinement sa fonction, la didactique de la mathématique doit non seulement se donner comme tâche de dégager les processus de formation des concepts mais aussi d'inventorier un certain nombre de mesures méthodologiques qui permettraient à ces processus d'opérer.

Connaître la discipline et celui qui apprend appelle comme complément la connaissance de l'acte d'enseigner et des outils pédagogiques. Le didacticien de la mathématique a donc besoin de connaître les processus enseignement-apprentissage. Il doit arriver à sélectionner un ensemble de moyens, en fonction de la connaissance à développer et de l'individu qui apprend.

L'ensemble de moyens peut varier selon l'objet de connaissance et selon le courant pédagogique privilégié. Veut-on pratiquer une didactique mathématique traditionnelle, une didactique mathématique *explicative*, une didactique mathématique intuitive, ou une didactique mathématique opératoire? Quel que soit le type de didactique, l'on aura toujours recours à la pédagogie pour y puiser un certain nombre d'informations relatives aux stratégies d'enseignement, aux outils et aux méthodes pédagogiques, au mode d'organisation de classe, aux processus d'enseignement-apprentissage, à la nature et aux types des interventions, etc.

Utilisée selon le type de didactique choisie, l'instrumentation pédagogique a pour but de favoriser le développement de la capacité d'organisation et de structuration de l'apprenant dans son apprentissage de la mathématique.

Conclusion

Pour conclure cette partie, j'emprunterai la pensée de Hayat Mirza tout en l'adaptant au contexte de la didactique de la mathématique:

Connaître la mathématique;

«Connaître la vraie nature des interactions» qui existent entre l'objet à connaître et les actions du sujet; «Connaître les mécanismes de coordination en jeu; connaître les différentes étapes du développement de la logique et les divers modes d'acquisition de la connaissance» ainsi que les moyens de les favoriser; «S'avère d'une importance capitale pour la didactique» de la mathématique et «lui ouvre de nouveaux horizons, favorisant *ainsi* l'évolution et l'épanouissement des sujets auxquels elle s'adresse⁵».

Les questions que pose la didactique de la mathématique

Considérant la didactique de la mathématique au carrefour de la mathématique, de la psychologie génétique, de la psychologie de l'apprentissage et de la pédagogie, sans exclure l'épistémologie dont je n'ai pas parlé ici, le didacticien se voit devant une tâche immense qui l'amène à se poser des questions de toutes sortes.

L'une des premières questions ne serait-elle pas de se demander si l'on ne peut arriver à devenir didacticien de la mathématique devant l'immensité des champs de connaissance qu'il faudrait inventorier.

Toujours au carrefour de ces sciences, le didacticien de la mathématique est soumis à une foule de sollicitations toujours différentes les unes des autres, mais sans doute aussi importantes. Ces questions seront soit reliées aux domaines de connaissance que j'ai mentionnés antérieurement, soit reliées aux personnes à qui s'applique la didactique de la mathématique.

Ces questions sont de plus interreliées, de telle sorte qu'elles apparaissent complexes au chercheur. À titre d'exemple, voici trois séries de questions qui peuvent s'adresser au didacticien de la mathématique.

Questions relevant des sujets qui apprennent

Certaines questions relèvent des sujets qui apprennent la mathématique et qui sont d'âges divers et de toute provenance; par exemple:

- Comment les personnes apprennent-elles la mathématique?
- Dans quelles conditions cet apprentissage se fait-il le mieux?
- Dans quel ordre ces apprentissages se font-ils?

Questions relevant du fonctionnement des enseignants

D'autres questions relèvent de la préoccupation des enseignants ou de la pratique de l'enseignement de la mathématique. Par exemple:

- Quels moyens utiliser pour arriver à faire comprendre la mathématique à tel groupe d'enfants?

- Quel type d'intervention privilégier pour remédier à certaines difficultés d'apprentissage en mathématique?
- Comment intégrer l'apprentissage de la mathématique aux autres apprentissages scolaires?
- Comment arriver à concrétiser ce qui est de nature abstraite?
- Comment parvenir à mathématiser des situations réelles d'apprentissage?

Questions reliées au besoin de comprendre le phénomène

Tantôt le didacticien de la mathématique sera sollicité par ses propres besoins de comprendre certains phénomènes:

- Par quels processus apprend-on la mathématique?
- Comment intervenir sur ces processus?
- Quelles sont les modalités d'apprentissage des concepts mathématiques?
- Quelles sont les stratégies utilisées dans la résolution de problèmes?
- Quels sont les modes de représentation qui sont utilisés dans l'apprentissage mathématique?
- Quel modèle didactique serait à privilégier dans l'enseignement au primaire, au secondaire et au collégial?
- Etc.

Ces questions, apparemment moins utilitaires que les précédentes, ne répondent pas moins à des besoins de comprendre les problèmes fondamentaux qui sont reliés au processus enseignement-apprentissage et pour lesquels le didacticien de la mathématique ne possède pas encore de solutions.

Conclusion

Sans entrer dans l'investigation des méthodes de recherche propres à la didactique de la mathématique, je voudrais me situer, face à vous, comme didacticienne et comme chercheur dans ce domaine.

Comme le dit Renald Legendre, «le terme didactique recouvre dans les faits un ensemble de pratiques fort disparates⁵». Comme didacticienne de la mathématique, je ne peux privilégier un seul aspect de la didactique de la mathématique: l'enseignement de la discipline, la méthode ou l'apport des disciplines connexes comme la psychologie et l'épistémologie.

Même si la nature de la didactique est encore imprécise, comme le laisse entendre Legendre, la didactique de la mathématique repose, à mon avis, sur des fondements théoriques d'ordre disciplinaire, d'ordre psychologique, d'ordre génétique et d'ordre pédagogique. Sans vouloir réunir en un amalgame tous ces ordres, je tente de les intégrer dans ma pratique d'enseignement en me posant un certain nombre de questions que j'essaie autant que possible d'élucider pour mes étu-

dants et futurs enseignants de la mathématique au primaire:

- Quel est le sens des concepts mathématiques que l'on veut faire apprendre?
- Quelle est la structure cognitive des enfants qui devront faire ces apprentissages?
- Quels sont les acquis antérieurs de ces apprenants?
- Par quels processus vont-ils arriver à former ces concepts?
- Quelles sont les étapes de conceptualisation qui doivent guider mon intervention auprès d'eux?
- Quels sont, parmi les acquis antérieurs de ces apprenants, ceux qu'on pourrait utiliser pour faciliter le traitement de l'information et le dégagement des structures mathématiques?
- Quelles situations pourrait-on utiliser ou exploiter afin d'aider ces enfants à construire ces structures?

Des questions de ce type, et quelques autres qui leur sont reliées, me permettent d'articuler un cours de didactique de la mathématique. Elles orientent aussi ma recherche en ce domaine. Je considère que la pratique permet d'élaborer la théorie et que la théorie sert d'alimentation à la pratique. Pour cette raison, j'oriente ma recherche en didactique à partir de la pratique scolaire. C'est dans la classe et avec les enseignants que je m'aventure afin de trouver des réponses aux problèmes que me pose la didactique de la mathématique. C'est aussi à partir de ce vécu scolaire que je pourrai dégager, je l'espère, des éléments nécessaires à une analyse et à une élaboration d'un modèle satisfaisant pour moi et les enseignants de mon milieu, et cela, sans avoir l'impression de copier des modèles existants. Pour confirmer cette orientation, je citerai une fois de plus Renald Legendre: «Si (...) on a la patience d'expérimenter nos innovations dans le vrai et seul laboratoire valable qu'est le milieu scolaire, on s'apercevra, à la sortie de nos tours d'ivoire, qu'il n'y a aucun danger de se marcher sur les pieds⁶». De plus, nous aurons, je l'espère, l'impression que la didactique n'est pas une science auxiliaire qui «reprend à son compte» les seules et uniques données des autres *sciences-soeurs*, mais bien une science en elle-même avec ses articulations propres.

1. Allocution prononcée lors du panel tenu au congrès de l'ACFAS, le 14 mai 1982.
2. Aebli, Hans, *Didactique psychologique*, application à la didactique de la psychologie de Jean Piaget, 3^e éd., Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1966, page 1.
3. Aebli, Hans, op. cit., page 2.
4. Mirza, Hayat, *Apprenons à apprendre*, Montréal, Éditions Paulines, 1976, pages 60-61.
5. Mirza, Hayat, op. cit., page 62.
6. Legendre, Renald, *Une éducation à éduquer*, Montréal, Éditions France-Quiler, 1979, page 196.
7. Legendre, Renald, op. cit., page 208.