

ÉQUILIBRE ENTRE RIGUEUR ET INTUITION DANS L'ENSEIGNEMENT

par Ghislain Roy
Université Laval

Au récent congrès de l'AMQ, tenu au collège de Lévis à la fin d'octobre, le thème était rigueur et intuition. Voici ce qui me reste à la suite d'un atelier que j'ai eu le plaisir de diriger.

Sur ce sujet on peut faire des réflexions très intéressantes et très pratiques, tout spécialement pour ceux qui enseignent en mathématiques. En effet, dans le processus de la formation, l'acquisition de la rigueur de pensée est l'un des premiers rôles qui est assigné aux enseignements mathématiques. Je ne veux pas dire que les autres disciplines se désintéressent de la rigueur, mais que tout simplement la recherche de la précision n'a pas, dans les autres matières, la même place prépondérante que dans l'enseignement de notre matière.

L'objectif que j'ai voulu donner à l'atelier que je dirigeais était de réfléchir sur la nature et le rôle de la rigueur et de l'intuition. Pour amorcer les discussions, j'ai pensé que l'on pourrait tenter de dégager les définitions de rigueur et intuition à partir de l'intuition que nous avons de ces deux notions et ce, avec le plus de rigueur possible. En somme, ça semble une pétition de principes, qui utilise les choses que nous avons à définir pour trouver leurs propres définitions. Quelle intuition avons-nous de rigueur et intuition? Puis le plus possible, préciser ces notions avec rigueur.

C'est dans les dictionnaires que l'on trouve le sens le plus voisin de l'impression générale.

Rigueur: exactitude, précision, logique inflexible.

Intuition: forme de connaissance immédiate qui ne recourt pas au raisonnement.

La rigueur serait donc la qualité essentielle que doit posséder une déduction pour avoir quelque valeur, puisque justement si elle n'est pas parfaite, elle n'est rien. Alors, plutôt que de réfléchir sur la rigueur, il sera équivalent de s'interroger sur la déduction. Cette équivalence deviendra encore plus intéressante si l'on se rend compte que l'intuition est un processus inductif. N'est-ce pas à partir d'un petit nombre de faits semblables, qu'on a l'intuition, c'est-à-dire l'impression plus ou moins certaine qu'il est possible d'induire une loi générale s'appliquant à tous les faits de ce type. Contrairement à la définition du dictionnaire, l'intuition n'est pas immédiate, elle ne vient pas à partir de rien, mais s'appuie sur des expériences. C'est donc bien une induction.

C'est pourquoi nous remplacerons rigueur et intuition par les concepts de déduction et d'induction qui nous semblent maintenant équivalents. Ou plus précisément, plutôt que d'équivalences, il serait plus juste de dire que le raisonnement rigoureux est une suite de déductions, tandis que l'intuition est une suite d'inductions.

Retournons aux dictionnaires. Intuition: raisonnement qui va du particulier au général. Déduction: raisonnement qui va du général au particulier. Ces deux définitions pourraient encore se formuler ainsi, ce qui est vrai de chacun est vrai de tous; ce qui constituera l'induction, tandis que la constatation: ce qui est vrai de tous est vrai pour chacun, sera la démarche déductive.

Nous avons mis au point de belles définitions claires, délimitées où les notions qui nous intéressent sont symétriquement opposées. Ce serait parfait, si ça marchait, mais malheureusement, si chacune reste isolée alors ni l'une ni l'autre n'ont plus grande valeur comme moyens d'accéder à la connaissance, encore une fois si elles sont comme on vient de le dire, bien isolées l'une de l'autre. En effet, l'induction est utile si elle dispense d'avoir à considérer tous les cas possibles. Si elle se satisfait, ou ne peut faire autrement, de quelques-uns des faits et non pas chacun. Par exemple, après avoir constaté pendant une certaine période que la mer monte puis baisse près de deux fois par jour, on affirme qu'il en sera toujours ainsi, sans avoir vu toutes les marées de l'histoire, passées et futures. Et malheureusement pour elle aussi, la déduction n'est pas non plus un moyen d'acquisition de la connaissance, et ce pour deux raisons au moins. La première, d'ordre fondamental, consiste en ceci, qu'au départ la déduction suppose connus les principes d'où elle tire ses conséquences. Elle admet que le problème est résolu, elle ne le résoud pas, et encore moins elle ne le soulève pas. Et je vois encore une deuxième raison pour dire que la déduction ne mène pas à la connaissance, c'est qu'elle ne l'a jamais fait. En ce sens que jamais un théorème intéressant n'a été découvert par de simples calculs, conduits logiquement, mais aveuglément sans savoir où l'on va. Parmi toutes les conséquences d'un ensemble d'axiomes, il faut choisir celles qui seront les plus intéressantes, selon des critères de simplicité, de généralité, d'esthétique ou autres. Un tel choix n'est pas rationnel, mais c'est le seul valable.

On a donc vu ceci, que à elle seule, la déduction est sûre mais stérile, tandis que l'intuition, si elle est seule aussi, est féconde mais incertaine. Nous avons fait l'erreur de séparer, même d'opposer, des opérations complémentaires. L'acquisition de la connaissance se fait en utilisant simultanément l'une et l'autre, comme les deux parties des ciseaux. Ainsi, c'est par l'intuition qu'Euclide s'est persuadé que: "Par un point on peut mener une parallèle à une droite et l'on ne peut en mener qu'une." Il ne l'a pas démontré. Par la suite, lui et beaucoup d'autres en ont tiré bien des conséquences.

Sur le plan du fonctionnement, l'une n'est pas la fonction inverse de l'autre. L'induction n'est pas un processus continu par lequel la conclusion serait atteinte par une chaîne continue d'étapes rattachées les unes aux autres. Elle comporte d'énormes discontinuités. Donc ses conclusions, ou plutôt ses impressions, devront être confirmées ou in-

firmées par la logique déductive selon un tout autre cheminement, puisque le sien est discontinu, il n'est pas inversible.

En remontant encore, quel est le point de départ de l'induction? Naturellement, elle s'appuie sur les faits, mais ceux-ci ne suffisent pas à la mettre en branle tout en lui étant indispensables. Il faudra qu'il y ait une intuition préalable qui fera soupçonner qu'il y a un sens dans le rapprochement de certains aspects de certains faits. Là encore, c'est l'intuition qui aura pressenti de quel côté il faut regarder les faits qu'elle aura encore choisis. Ce qui signifie que des faits, il faut en avoir à l'esprit et qu'il faut être familier avec eux. Présenté ainsi, ce n'est pas très impressionnant, ça ne signifie rien d'autre en somme que la culture peut aider à accéder à la connaissance. Mais ce ne sera pas encore suffisant, une fois que l'on connaît des faits avec lesquels on est familiers. Il faut avoir un don qui rendra sensible au message qu'ils donnent mais qui est si discret que personne ne l'a encore entendu. Les professeurs peuvent transmettre la culture, ce n'est pas eux qui communiquent ce don. Mais pour s'exercer, ce don a besoin de la culture. Par exemple, on naît Mozart, on devient musicien. C'est-à-dire que sans conditions favorables, Mozart serait resté un musicien potentiel.

En terminant, que peut-on dire pour les professeurs de mathématiques que nous sommes? Dans le travail des éducateurs, il nous revient une assez grande partie de la formation à la rigueur bien sûr, mais il nous revient aussi une certaine partie de l'éducation de l'intuition. Il faut prendre l'habitude de l'utiliser. Je ne veux pas dire la discipliner, mais savoir l'écouter. On ne doit pas, on ne peut pas choisir entre l'une et l'autre, l'intuition ou la rigueur, il faut les deux. Comme pour les jambes, on ne choisit pas entre la gauche et la droite, il faut les deux.