LES NOMBRES NORMAUX

77-10-21

GUY W.- RICHARD

LES NOMBRES NORMAUX

PAGE

1. Nécessité et historique

De 1877 à 1879, le capitaine Charles Renard (1847 - 1905), en essayant d'établir une façon rationnelle de déterminer les éléments nécessaires à la construction des aérostats, en vint à établir une loi à partir d'une suite géométrique qui permettait de réduire à 17 le nombre de 425 différents cordages alors utilisés.

Des problèmes de prolifération indue de formats ou d'articles divers amènent les industriels et les commerçants à repenser leurs productions et à trouver des solutions aux difficultés inhérentes à la gestion des stocks et à la mise à jour des inventaires d'une telle pléthore de produits.

Au Canada, la conversion au SI constitue un temps particulièrement propice à la normalisation et les nombres normaux se présentent comme un outil tout à fait approprié pour une telle opération.

Aujourd'hui toutes les nations industrielles se sont ralliées à l'utilisation de ces nombres dans l'établissement de leurs gammes de productions et il devient impérieux pour nous d'en connaître la définition et les modes d'utilisation.

2. Suite géométrique

Une suite arithmétique

$$A = \{ a/a_n = a_1 + (n - 1)\ r,\ n \in N^+,\ r \in R \}$$

ne permet pas toujours d'assurer un recouvrement total d'une production désirée, sans compter les intersections non vides qui maintiennent des coûts inutiles.

Exemple Tableau 1 a)

Une suite géométrique

$$G = \{ a/a_n = a_1\ (n - 1) r,\ n \in N^+,\ r \in R \}$$

De son côté assure un recouvrement complet et des intersections constituées uniquement de points tangentiels ou points de contact.

Exemple Tableau 1 b)

2.1 Nombre théorique

Soit une suite géométrique

$$G \text{ où } r = (10)^{1/p} \text{ avec } p \in N^{+}$$

et $A_1 = 1$

Le nombre théorique sera le nombre réel $(10)^{1/p}$, $p \in N^{+}$

2.2 Nombre calculé

Soit une suite géométrique

$$\text{où } A_1 = 1 \text{ et } r = (10)^{1/p} \text{ avec } p \in N^{+}$$

Le nombre calculé sera la valeur obtenue, pour le nombre théorique avec un degré de précision déterminé.

Exemple: Nombre théorique
Nombre calculé:

2.3 Nombres normaux

Les nombres normaux sont les nombres calculés après un arrondissement à trois (3) chiffres significatifs selon le tableau suivant:

Tableau 2

2.4 Valeur plus arrondie de nombres normaux

Les nombres normaux ne donnent pas toujours des nombres utiles dans un contexte donné ou impliquent un degré de précision trop élevé ou une régularité non nécessaire.

Il importe de procéder à un (ou des) arrondissements (s) additionnels (s).

Ainsi une suite donne, entre autres,

3,15
3,55
4,00
4,50

Une suite arrondie nous donnera pour ces valeurs

3,2
3,6
4,0
4,5

Et une suite plus arrondie:

3,0
3,5
4,0
4,5

Tableau 3

3. Suite de nombres normaux

On définit une suite R de nombres normaux

$$R_p = \{ a/a = (10)^{1/p}, p = 5 \cdot 2^k \}$$

et dans le domaine électrotechnique une suite E:

$$E_p = \{ a/a = (10)^{1/p} , 3 \cdot 2^k \} \text{ pour } 1 \leq k \leq 6$$

3.1 Suite de base

Les suites de base sont les suites r (p) pour lesquelles $0 \leq k \leq 4$ D'aucuns considèrent exceptionnelle la suite où K = 4.

Ces suites sont illimitées dans les deux (2) sens sinon on précise la ou les limites.

Exemple: R 20 (1,25..........45); la suite
R 20 de 1,25 à 45 inclusivement

3.2 Suite dérivée

Une suite dérivée R (p)/n est une suite de base R (p) ou l'on prend tous les nièmes termes. On doit mentionner au moins un terme de la suite retenue:

Exemple: R 20/4 (1,25......)

est une suite dérivée de R 20 où l'on commence à 1,25 et où l'on conserve 1 terme sur 4, soit

1,25
2,00
3,15
5,00
8,00 etc....

3.3 Suite décalée

Une unité décalée, qui ne peut être utilisée que pour des caractéristiques découlant d'autres caractéristiques établies elles-mêmes à partir d'une suite de base, peut servir en certains cas.

Exemple: La suite R 80/8 (25, 8...... 165) s'échelonne comme la suite R 10 mais ne débute pas à 25 mais à 25,8 qui est un terme de R 80

Les suites avec valeurs arrondies ou valeurs plus arrondies sont notées respectivement R' et R". On y détermine aussi des suites dérivées et des suites décalées.

4. Opérations mathématiques sur les nombres normaux

Les opérations mathématiques sur les nombres normaux doivent se faire de préférence sur les nombres théoriques car les arrondissements successifs peuvent engendrer des déviations non permissibles.

Les règles données ici s'appliquent également aux opérations inverses.

4.1 Somme

La somme de deux (2) termes d'une suite de nombres normaux n'appartient pas en général à cette suite. Il y a lieu de noter que la suite géométrique de raison

$$\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Le nombre d'or, est telle qu'un terme est la somme des deux (2) termes précédents. Ce sont les suites de Fibbonacci.

Il demeure évident toutefois que, dans toutes les suites de nombres normaux, les sommes effectuées sur les logarithmes des termes permettent de toujours retrouver des éléments de la suite.

4.2 Produit

Le produit de deux (2) nombres normaux nous donnera un nombre de la même suite si on procède avec les nombres théoriques.

Exemple: Dans R 10

$6,30 \times 0,20 = 1,25$

Si on retourne au nombres théoriques. La preuve se déduit aisément par l'utilisation des logarithmes des nombres théoriques

4.3 Puissance

Les propriétés étant conservées par l'application de la règle d'opération pour le produit, nous pouvons inférer que les puissances entières positives ou négatives d'un terme d'une suite de nombres normaux seront elles-mêmes éléments de cette suite.

Exemple: Dans R 10

$2,50 = 5,00 \in R\ 10$

4.4 Arrondissement

Les arrondissements successifs des nombres théoriques aux nombres calculés puis aux nombres normaux se font en général par l'application de l'arrondissement à l'unité supérieure ou à l'unité inférieure selon que le chiffre laissé est strictement supérieur ou strictement inférieur à 5. Dans le cas d'une égalité stricte, on pourrait prendre le processus de la parité: augmenter d'une unité lorsque le chiffre conservé est impair. Ce cas ne peut se produire pour les nombres normaux en vertu même de leur définition.

L'utilité courante pourrait, en certains cas, amener une dérogation à la règle d'arrondissement pour permettre la conservation d'une valeur de portée plus pratique.

4.5 Précision

On définit le degré de précision d'un nombre normal en donnant en pourcentage la différence de ce nombre avec le nombre calculé par rapport à ce dernier.

Soit: $$\frac{N_N - N_C}{N_C} \times 100$$

Exemple: Dans R 40

$$\frac{8,5 - 8,4140}{8,4140} \times 100 = 1,02\%$$

4.6 Régularité

Une qualité importante à conserver dans l'établissement des suites de nombres normaux est le maintien d'une régularité de la raison.

Cette dernière, à cause des arrondissements, varie constamment de sorte qu'il nous faut définir un degré de régularité de la raison établie de la façon suivante:

$$\Delta r = \frac{\left\{ \frac{n_{i+1}}{n_i} - (10)^{1/p} \right\} 100}{(10)^{1/p}}$$

Exemples: (1) Dans R 10, la raison est d'environ 1,25 Or, on retrouve un Δr = 1,67 et un autre Δr = -0,71 ce qui nous donne les déviations maximales de cette suite.

(2) Dans R" 10, les déviations maximales sont de 5,91 et -4,68.

On voit aisément que les suites de valeurs arrondies ou de valeurs plus arrondies s'écartent beaucoup plus de la raison théorique.

4.7 Ecarts

Ces déviations maximales étant établies pour les diverses suites, il importe de déterminer un écart admissible au-delà duquel une valeur ne peut être conservée.

L'écart maximal admissible a été établi a

$$\pm \quad \frac{(10)^{1/p} - 1}{2}$$

Il faut absolument respecter cet écart afin d'assurer la qualité de la suite. Il faut se rappeler qu'une déviation de 5% sur la longueur amènera une différence de plus de 10% sur les aires, de plus de 15% sur les volumes, de plus de 20% sur une rigidité de ressort et même de 25% sur un moment d'inertie (5ème puissance).

5. Critères de choix des nombres normaux ou des valeurs plus arrondies

Les caractéristiques ou les dimensions de grandeurs devant obéir aux nombres normaux varient de la longueur aux tarifs en passant par les pressions, les empaquettages, les vitesses, les puissances, les concentrations, etc...

Il importe de choisir en premier lieu les suites R (p) de base dont le P est le plus petit et par suite de passer successivement aux suites dérivées et de garder les suites de valeurs arrondies pour les cas où l'on ne peut opérer avec les suites de base.

On doit éviter de sauter d'une suite à l'autre; on peut toutefois produire une gamme de produits selon une suite pour un certain intervalle puis passer ensuite à une autre. AINSI, on peut produire selon R 20 puis à partir d'une certaine dimension produire selon R 40 pour éviter des coûts additionnels.

Il demeure toutefois de nombreux cas ou l'on doive délaisser les nombres normaux. Ainsi, on ne peut prendre 31,5 pour le nombre de dents sur une roue d'engrenage et il semblerait surprenant de le voir pour exprimer la vitesse d'un obturateur en photographie.

6. Conclusion

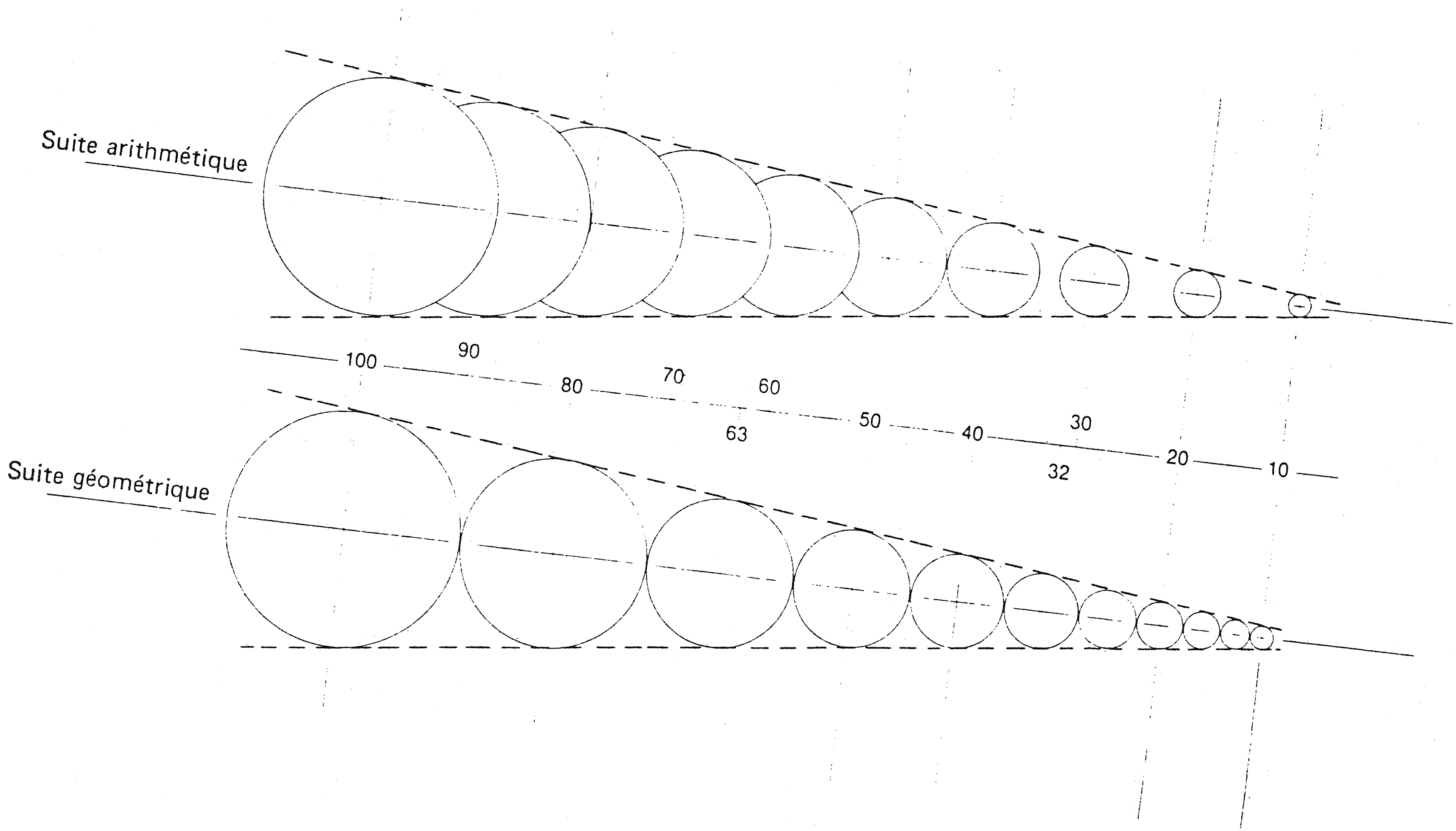
Certaines suites ou certains de leurs termes ont des valeurs particulièrement intéressantes. Notons en passant R 10/3 qui nous donne approximativement les valeurs des puissances entières de 2 ainsi que 3,15, dans toutes les suites sauf R 5 qui nous donne une valeur approchée pour π et $\sqrt{10}$ et finalement dans R 10, $(10)^{1/10}$ qui à 0,00 1 près nous donne $(2)^{1/3}$

Ces valeurs nous permettent entre autres, d'avoir une suite de circonférences selon les nombres normaux si l'on a eu soin d'établir les rayons selon ces nombres.

Une autre suite intéressante dans le domaine de consommateurs est la suite R'3 utilisée au Canada pour les billets de banque en particulier. Une utilisation massive de cette suite rendrait la comparaison des prix unitaires; une opération simple se résumant à une multiplication ou division par 2.

Il est à souhaiter qu'une inititation aux suites de nombres normaux et aux suites de valeurs arrondies de nombres normaux devienne partie intégrante des cours de formation professionnelle aux niveaux universitaire et collégial et même en certains cas au niveau secondaire.

PROJECTION 1



2 Suites de base des nombres normaux

Suite de base				Numéros d'ordre	Nombres théoriques		Différences relatives des valeurs des suites de base par rapport aux nombres calculés %
R 5	R 10	R 20	R 40		Mantisses des logarithmes	Nombres calculés	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1,00	1,00	1,00	1,00	0	000	1,0000	0
			1,06	1	025	1,0593	+ 0,07
		1,12	1,12	2	050	1,1220	– 0,18
			1,18	3	0,75	1,1885	– 0,71
	1,25	1,25	1,25	4	100	1,2589	– 0,71
			1,32	5	125	1,3335	– 1,01
		1,40	1,40	6	150	1,4125	– 0,88
			1,50	7	175	1,4962	+ 0,25
1,60	1,60	1,60	1,60	8	200	1,5849	+ 0,95
			1,70	9	225	1,6788	+ 1,26
		1,80	1,80	10	250	1,7783	+ 1,22
			1,90	11	275	1,8836	+ 0,87
	2,00	2,00	2,00	12	300	1,9953	+ 0,24
			2,12	13	325	2,1135	+ 0,31
		2,24	2,24	14	350	2,2387	+ 0,06
			2,36	15	375	2,3714	– 0,48
2,50	2,50	2,50	2,50	16	400	2,5119	– 0,47
			2,65	17	425	2,6607	– 0,40
		2,80	2,80	18	450	2,8184	– 0,65
			3,00	19	475	2,9854	+ 0,49
	3,15	3,15	3,15	20	500	3,1623	– 0,39
			3,35	21	525	3,3497	+ 0,01
		3,55	3,55	22	550	3,5481	+ 0,05
			3,75	23	575	3,7584	– 0,22
4,00	4,00	4,00	4,00	24	600	3,9811	+ 0,47
			4,25	25	625	4,2170	+ 0,78
		4,50	4,50	26	650	4,4668	+ 0,74
			4,75	27	675	4,7315	+ 0,39
	5,00	5,00	5,00	28	700	5,0119	– 0,24
			5,30	29	725	5,3088	– 0,17
		5,60	5,60	30	750	5,6234	– 0,42
			6,00	31	775	5,9566	+ 0,73
6,30	6,30	6,30	6,30	32	800	6,3096	– 0,15
			6,70	33	825	6,6834	+ 0,25
		7,10	7,10	34	850	7,0795	+ 0,29
			7,50	35	875	7,4989	+ 0,01
	8,00	8,00	8,00	36	900	7,9433	+ 0,71
			8,50	37	925	8,4140	+ 1,02
		9,00	9,00	38	950	8,9125	+ 0,98
			9,50	39	975	9,4406	+ 0,63
10,00	10,00	10,00	10,00	40	000	10,0000	0

PROJECTION 2

Colonne	1		2			3			4		5	6	7	8	9	10
Nombre de termes ou indice	5		10			20			40		Numéro d'ordre	Nombres calculés ****	Différence relative en % par rapport aux nombres calculés			
Raison approximative	1.6		1.25			1.12			1.06							
Série	R5	R"5	R10	R'10	R"10	R20	R'20	R"20	R40	R'40			R 5 à 40	R' 10 à 40	R' 20	R" 5 et 10
	1		1			1.0			1.0		0	1.0000	0			
									1.06	1.05	1	1.0593	0,07	− 0,88		
						1.12	1.1		1.12	1.1	2	1.1220	− 0,18	1,96	− 1,96	
									1.18	1.2 **	3	1.1885	0,71	+ 0,97		
			1.25		(1,2)	1.25		(1,2)	1.25		4	1.2589	− 0,71		− 4,68	− 4,68
									1.32	1.3	5	1.3335	1,01	$\boxed{2,51}$		
						1.4			1.4		6	1.4125	− 0,88			
									1.5		7	1.4962	+ 0,25			
	1,6	(1,5)*	1.6		(1,5)*	1.6			1.6		8	1.5849	+ 0,95			− $\boxed{5,36}$
									1.7		9	1.6788	− $\boxed{1,26}$			
						1.8			1.8		10	1.7783	+ 1,22			
									1.9		11	1.8836	− 0,87			
			2			2.0			2.0		12	1.9953	+ 0,24			
									2.12	2.1	13	2.1135	+ 0,31	− 0,64		
						2.24	2.2		2.24	2.2	14	2.2387	+ 0,06	− 1,73	− 1,73	
									2.36	2.4	15	2.3714	− 0,48	+ 1,21		
	2,5		2.5			2.5			2.5		16	2.5119	− 0,47			
									2.65	2.6	17	2.6607	− 0,40	− 2,28		
						2.8			2.8		18	2.8184	− 0,65			
									3.0		19	2.9854	− 0,49			
			3.15	3.2	(3)	3.15	3.2	(3,0)	3.15	3.2	20	3.1623	− 0,39	+ 1,19	− $\boxed{5,13}$	− 5,13
									3.35	3.4	21	3.3497	+ 0,01	− 1,50		
						3.55	3.6	(3,5)	3.55	3.6	22	3.5481	+ 0,05	+ 1,46	− 1,38	
									3.75	3.8	23	3.7584	− 0,22	+ 1,11		
	4		4			4.0			4.0		24	3.9811	+ 0,47			
									4.25	4.2	25	4.2170	+ 0,78	− 0,40		
						4.5			4.5		26	4.4668	+ 0,74			
									4.75	4.8	27	4.7315	+ 0,39	+ 1,45		
			5			5.0			5.0		28	5.0119	− 0,24			
									5.3		29	5.3088	− 0,17			
						5.6		(5,5)	5.6		30	5.6234	− 0,42		− 2,19	
									6.0		31	5.9566	+ 0,73			
	6,3	(6)	6.3		(6)	6.3		(6,0)	6.3		32	6.3096	− 0,15		− 4,90	− 4,90
									6.7		33	6.6834	+ 0,25			
						7.1		(7,0)	7.1		34	7.0795	+ 0,29		− 1,11	
									7.5		35	7.4989	+ 0,01			
			8			8.0			8.0		36	7.9433	− 0,71			
									8.5		37	8.4140	+ 1,02			
						9.0			9.0		38	8.9125	+ 0,98			
									9.5		39	9.4405	+ 0,63			
	10		10			10.0			10.0		40	10.0000	0			
Défaut maximal de la raison en % (voir § A.1.2)	− 1,42	− 5,37	− 1,66	+ 1,66	− 5,61	− 1,83	− 1,97	− 4,48	− 1,15	− 2,94						

Nombres normaux | Valeurs plus arrondies : 1er arrondissage | 2e arrondissage ¦

PROJECTION 3