

LA GAMME TEMPEREE

EST BELLE

Avant de lire le présent texte, le lecteur est invité à observer le tableau ci-joint et à découvrir la gamme tempérée, avec l'aide d'une calculatrice si possible.

LES ENTIERS DE 0 à 20: La plupart des entiers entre 0 et 21 coïncident à moins de 1% près avec l'un ou l'autre des membres de la progression géométrique de base 1 et raison $(2)^{1/12}$. Statistiquement un petit nombre de ces entiers devraient avoir cette propriété. En fait tous les entiers de 0 à 20 coïncident, sauf les suivants: 7, 11, 13 et 14.

Cette merveilleuse propriété, les musiciens la connaissent depuis longtemps. Les luthiers la connaissaient sans la connaître, sans doute bien avant Bach. Qui nous dira depuis quand on fabrique des instruments du type guitare ou mandoline? Pourtant il ne semble pas que cette coïncidence soit admirée à son mérite.

L'OCTAVE SE DIVISE EN DOUZE: Une octave se divise en 12 intervalles égaux appelés demi-tons, jamais en 11 intervalles égaux ni en quelque nombre (d'intervalles) autre que 12. Seule la division en 12 donne assez de bonnes coïncidences. Ces bonnes coïncidences font que les intervalles d'octave, sixte, quinte, quarte, tierces, correspondent à des rapports de 2, $5/3$, $3/2$, $4/3$, $5/4$, $6/5$, avec moins de 1% d'erreur, et les intervalles principaux (octave, quinte, quarte) sont particulièrement précis. La nature est belle.

LE DIAPASON A 449 HERTZ: Autrefois, à Paris, les instruments étaient accordés avec un "la" à 437 vibrations par seconde. Aujourd'hui on fait le "la" à 440 hertz. C'est une convention. Pour mieux mettre en valeur la structure des gammes, on pourrait jouer le "la" à 449 hertz, comme indiqué au tableau ci-joint. Alors toutes les fréquences multiples de 100, jusqu'à 2000 hertz, correspondraient à une note du clavier avec moins de 1% d'erreur, sauf pour les cas des 4 "dissidents" : 700, 1100, 1300, et 1400.

Si, sur un piano, on choisit une note quelconque dans le bas du clavier, on peut vérifier que les 20 premiers harmoniques de cette note correspondent à des touches du clavier, sauf pour les 7ème, 11ème, 13ème, et 14ème harmoniques. On sait que, pour que plusieurs notes produisent un accord non dissonnant, il faut qu'elles soient toutes harmoniques d'un même son. Leurs fréquences ont alors entr'elles des rapports simples. Autre curiosité visible sur le tableau, une décade vaut presque exactement 40 demi-tons.

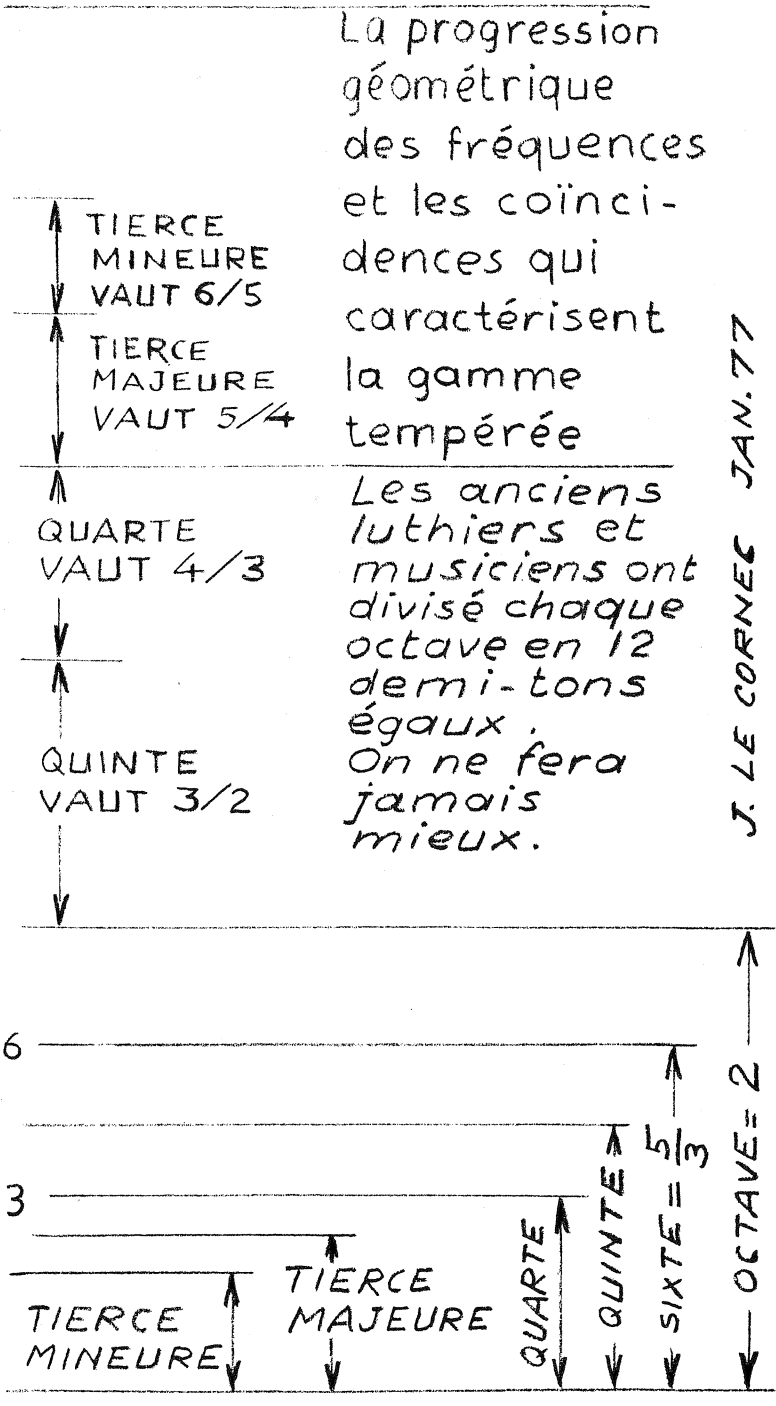
CONCLUSION: Le texte qu'on vient de lire et le tableau ci-joint ont montré la beauté simple et unique de la gamme tempérée.

Joseph Le Cornec

LA GAMME TEMPÉRÉE

On a choisi le la à 449 hertz pour mieux illustrer les rapports arithmétiques

SI	1007.9	=	1000
	951.4		
LA	898.0	≈	900
	847.6		
SOL	800.0	=	800
	755.1		
	712.7		?
	672.7	=	
	635.0		
	599.3	≈	600
	565.7		
	533.9		
	504.0	≈	500
	475.7		
	449.0		
	423.8		
	400.0	=	400
	377.5		
	356.4		
	336.4		
	317.5		
	299.7	≈	300
	282.8		
	267.0		
	252.0		
	237.8		
	224.5		
	211.9		
	200.0	=	200
	188.8		
	178.2		
	168.2	≈	166.6
	158.7		
	149.8	≈	150
	141.4		
DO	133.5	≈	133.3
SI	126.0	≈	125
LA	118.9	≈	120
	112.2		
	105.9		
SOL	100.0	=	100



Si vous avez une machine à calculer, ou de la patience, prenez le nombre 1.05945, élevez-le au carré, au cube, à la quatrième puissance, et ainsi de suite jusqu'à la douzième puissance. Parmi les nombres ainsi obtenus, constatez que vous en avez au moins 7 qui sont presque exactement égaux à des fractions simples: 9/8, 6/5, 5/4, 4/3, 3/2, 5/3, 2/1. C'est une coïncidence extraordinaire, comme il s'en trouve peu dans la nature. La gamme de Bach est basée sur cette coïncidence. Pour vous en convaincre, prenez une guitare ou une mandoline, mesurez les positions respectives du chevalet et des barres, et constatez que le croquis suivant est vrai.

