

LA REGLE DE L'HOPITAL: SA DENOMINATION

EST-ELLE JUSTE ?

32

33

par: *Jean-Paul Collette*

CEGEP Montmorency

INTRODUCTION

La règle de l'Hopital qui s'énonce comme suit:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(a)}{g'(a)} \text{ lorsque } f(a) = g(a) = 0 \text{ et } g'(a) \neq 0$$

fut publiée pour la première fois par Guillaume de l'Hopital (1661-1704) dans son analyse des Infiniments Petits (Paris 1696). L'Hopital, qui était aussi Marquis de Sainte-Mesne, fit transmettre à Jean Bernouilli (1667-1748) une copie de l'Analyse et ce dernier le remercia de manière courtoise et élogieuse. Toutefois, en 1698, Bernouilli se plaint amèrement, dans une lettre adressée à Gottfried Leibniz (1646-1716), que le Marquis a plagié de façon éhontée ses notes manuscrites. Il en sera de même dans une autre lettre, cette fois envoyée à Brook Taylor (1685-1731) quelques temps après la mort de l'Hopital.

En quoi Bernouilli a-t-il raison de se plaindre et dans quelle mesure peut-il reprocher au Marquis d'avoir publié cette règle pour son compte ? Avant de répondre à cette question à deux volets, nous allons la situer dans son contexte historique pour en mieux saisir toute la portée.

LES DEUX PERSONNAGES

Guillaume François de l'Hopital (ou l'Hospital) comte d'Entremont, Seigneur d'Ouques, etc., est né à Paris en 1661. Très tôt il s'intéresse à la géométrie et dès l'âge de quinze ans il résolut quelques problèmes difficiles

proposés par Pascal sur la cycloïde. Comme tout personnage bien en vue de l'époque, titres de noblesse par surcroît, il se doit de faire une carrière militaire. On le retrouve capitaine de cavalerie pour quelques années mais il doit réintégrer l'état civil à cause semble-t-il d'une myopie fort apparente. C'est ainsi qu'il jeta son dévolu sur les mathématiques en devenant un amateur fort respectable.

L'Hopital publia le premier traité sur le calcul différentiel et intégral: *L'Analyse: un traité analytique des sections coniques et quelques articles virent le jour dans des revues spécialisées.* Bien que le Marquis contribua peu au développement original des mathématiques, en reprenant les problèmes posés et résolus par d'autres, il devint célèbre, à son époque, comme auteur d'excellents ouvrages pédagogiques de mathématiques.

Jean Bernouilli est né à Bâle en 1667, deuxième dans l'ordre de la célèbre famille de mathématiciens qui en compte dix. Il obtint en 1690 le grade de docteur en médecine, bravant ainsi son père qui voulait plutôt le voir choisir une spécialité dans le domaine des affaires. Jacques, son frère aîné, l'intruisit en mathématiques et les deux frères unirent leurs efforts à propager et à féconder le nouveau calcul de Leibniz. Mais ils se brouillèrent ensuite à propos de la priorité de découverte du calcul des variations (solution du problème des isopérimètres). Jean devint professeur de mathématiques à Groningen en 1695 et à la mort de son frère aîné il lui succéda à Bâle en 1705. Génie universel et encyclopédique, Jean avait un talent intuitif qui le rendit très prolifique. Professeur hautement reconnu malgré un esprit jaloux et acariâtre, il était animé d'un zèle pour les mathématiques aussi vif que son acharnement à soulever des controverses. Jean demeura un ami fidèle de Leibniz et Euler (1717-1783) sera son élève.

Ses contributions aux mathématiques sont à la fois nombreuses et diversifiées. Il a enrichi le calcul et fut son principal promoteur en Europe et en particulier dans les cercles scientifiques de France. On lui est redevable dans plusieurs branches des mathématiques et en particulier ses contributions touchent la détermination des trajectoires orthogonales de familles de courbes, la rectification (différentiation) de courbes et la quadrature (intégration) des aires au moyen des séries, la trigonométrie analytique, les

fonctions exponentielles et logarithmiques, etc..

RENCONTRE DE BERNOULLI ET L'HOPITAL

L'intérêt de l'Hopital pour les mathématiques a sûrement influencé grandement son retrait de la vie militaire et l'a incité à prendre contact très tôt avec Huygens, Leibniz, Jacques et Jean Bernoulli. C'est en 1691 que Jean Bernoulli vint en France y faire un séjour de quelques mois. L'Hopital rencontre Jean à Paris et l'invita à son château d'Ouques pour instruire le Marquis aux mystères de la nouvelle doctrine des différences (calcul) de Leibniz. Soulignons que Leibniz avait publié deux articles sur le nouveau calcul dans l'Acta Eruditorium (1684-1686) et que Jean Bernoulli préparait un manuscrit sur le même sujet.

Bernoulli a reçu un certain émolument pour les services professionnels auprès de l'Hopital durant son séjour en France. Après le retour de Bernoulli dans sa ville natale de Bâle, il entretint une correspondance soutenue avec le Marquis jusqu'en 1695. Entre temps, l'Hopital prépare un traité sur le calcul différentiel et intégral à partir des données de Bernoulli et de Leibniz.

L'ANALYSE DES INFINIMENTS PETITS

Ce premier traité de calcul différentiel et intégral venait à point car il constituait une introduction élémentaire à une nouvelle branche fascinante des mathématiques. Son influence et sa popularité dominèrent tout le XVIIIe siècle parce que l'Analyse répondait à des besoins longtemps ressentis et comblait manifestement un vide en mettant à la portée des savants, pour la première fois, un ouvrage compréhensible sur le calcul.

Tout gentilhomme qu'il est, il sait reconnaître la dette qu'il a contacté envers Leibniz et les Bernoulli. Aussi, il les remercie, dans son Introduction à l'Analyse, en ces termes:

"Au reste je reconnais devoir beaucoup aux lumières

de Mrs. Bernoulli, surtout à celles du jeune, présentement professeur à Groningue. Je me suis servi sans façon de leurs découvertes et de celles de M. Leibnis, c'est pourquoy je consens qu'ils revendiquent tout ce qu'il leur plaira, me contentant de ce qu'ils voudront me laisser".

Bernoulli, après avoir reçu une copie de l'Analyse envoyée par l'Hopital le remercia pour avoir mentionné son nom dans l'ouvrage et promet de retourner le compliment lorsqu'il aura publié quelque chose. Bernoulli souligne aussi dans sa lettre que l'ouvrage est admirablement bien fait et il louange l'arrangement des propositions ainsi que la présentation intelligible de l'ensemble.

A la lumière de cette lettre de Bernoulli, on comprend mal les plaintes qu'il formule par la suite dans deux lettres personnelles, l'une à Leibniz, l'autre à Taylor, et sa réclamation publique de 1704, après la mort du Marquis, à la section IX de l'Analyse qui contient la règle pour $0/0$. La controverse fut ainsi engagée et il faudra attendre au XXe siècle avant de pouvoir la juger à son mérite.

DEUX FAITS NOUVEAUX

En 1922, de nouvelles considérations viennent éclaircir cet épineux problème de la paternité de la règle. En effet, on publie le manuscrit de Jean Bernouilli sur le calcul différentiel et intégral qui avait été rédigé durant les années 1691-1692.

La comparaison des notes de Bernouilli et le texte de l'Hopital a révélé un chevauchement considérable, ce qui semble indiquer que l'on doit attribuer à Bernouilli une part importante du contenu mathématique de l'Analyse. En effet, le contenu est dans une forte proportion identique quoique la présentation, les graphiques et les explications sont nettement supérieures à ce qui est révélé dans le manuscrit de Bernouilli. Par ailleurs, certaines sections de l'Analyse traitent de sujets qu'on ne retrouve pas dans l'ouvrage de 1691-1692. Cependant, à la lumière de cette comparaison, il est

difficile de poser un jugement sûr à propos de la règle pour $0/0$. Toutefois, la correspondance de Bernouilli, elle, publiée en 1955, est suffisamment éclairante pour trancher le débat.

Dans la correspondance de Bernouilli figure une entente conclue entre les deux parties en 1694, entente par laquelle l'Hopital offrait une allocation annuelle de 300 livres, susceptible d'être augmentée par la suite, pourvu que Bernouilli respecte les trois conditions suivantes:

1. Travailler sur tous les problèmes mathématiques qui lui seront envoyés par le Marquis.
2. Transmettre à l'Hopital toutes ses découvertes.
3. S'abstenir de montrer ou de divulguer aux autres une copie des notes transmises à l'Hopital.

En outre, dans une lettre datée du 22 juillet 1694, Bernouilli transmet à l'Hopital la règle pour $0/0$ formulée en des termes très semblables à ceux qu'on retrouve dans l'Analyse des infiniments petis. C'est ainsi que la situation apparaît sous un jour nouveau et que le problème de paternité est maintenant résolu.

Au moment de la publication de l'Analyse, Bernouilli, en recevant sa copie, était lié par sa promesse faite de ne pas révéler quelles sections du livre provenaient de ses notes personnelles. Il pouvait tout au plus exprimer son amertume en privé. Mais, après la mort de l'Hopital qui le libérait de sa promesse, Bernouilli n'hésita point à réclamer publiquement la paternité du résultat le plus fondamental qui apparaît dans l'Analyse: la règle pour $0/0$.

CONCLUSION

Sur le plan de la stricte priorité, il faut rendre justice à Jean Bernouilli et lui concéder la paternité de la règle de l'Hopital. Toutefois, l'histoire des mathématiques nous enseigne que les personnes qui font mieux connaître les résultats mathématiques ou qui rendent plus facile leur compréhension méritent le plus souvent que leur nom soit rattaché à ces résultats.

Rendons au Marquis ce qui lui est dû: il a payé pour cette règle et c'est grâce à lui que nous la connaissons. Il mérite sûrement une reconnaissance pour son traité de calcul et en particulier pour cette règle magnifique. S'il fallait attribuer un nom aux découvertes mathématiques en respectant seulement la priorité, nous serions obligés d'éliminer un bon nombre de nos expressions familières, sans pour cela être certains de ne pas créer une injustice encore plus grande. Aussi, vaut-il mieux conserver cette frêle équilibre de la nomenclature en mathématique tout en veillant à respecter le mérite de chacun.

BIBLIOGRAPHIE

- BELL, E.T., Men of Mathematics, New-York, Simon and Chuster, 1965
- BOYER, Carl B., "The First Calculus Textbooks". The Mathematics Teacher, 39 (1947): 159-167.
- BOYER, Carl B., A History of Mathematics, New-York, John Wiley & Sons, 1968.
- BOYER, Carl B., The History of The Calculus And Its Conceptual Development, New-York, Dover, 1959
- COOLIDGE, Julian L., The Mathematics of Great Amateurs, New-York, Dover, 1963
- DEDRON, P., ITARD, J., Mathématiques et mathématiciens, Paris, Magnard, 1959
- ENESTROM, G., "Sur la part de Jean Bernouilli dans la publication de l'Analyse des infiniments petits", Biblioteca Mathematica, 8 (1894): 65-72.
- EVES, H., An Introduction To The History of Mathematics, New-York, Holt, Rinehart and Winston, 1969
- FLECKENSTEIN, J.O., "L'école mathématique baloise des Bernouilli à l'aube du XVIIIe siècle". Les conférences du Palais de la découverte, - Série D, No 62, 1958
- Histoire générale des sciences (publié sous la direction de René Taton), Paris Presses Universitaires de France, La science moderne, 1969.
- LICK, Dale W., "The Remarkable Bernouilli Family" The Mathematics Teacher, 62 (1969): 401-409
- SPIESS, O., "Une édition de l'oeuvre des mathématiciens Bernouilli", Archives internationales d'histoire des sciences, 1 (1947): 356-362.
- STRUIK, Dirk J., "The Origin of L'Hopital's Rule", The Mathematics Teacher, 55 (1963): 257-260.
- TURNBULL, H.W., The Great Mathematicians, London, Methuen, University Paperbacks, 1951.