

CAPACITÉS ET TECHNIQUES mathématiques essentielles à tout citoyen éclairé.

*(extraits d'un rapport préparé par "The Committee on Basic Mathematical Competencies and Skills", National Council of Teachers of Mathematics***)*

...La mathématique ne signifie pas la même chose pour tout le monde. Les uns l'aiment, les autres non. Certains la recherchent, d'autres la fuient. Plusieurs individus peuvent s'en tirer dans la vie avec des connaissances mathématiques minimales, c'est-à-dire que pour certains citoyens la quantité de techniques mathématiques essentielles pour "survivre" est pratiquement nulle. Si l'on considère par ailleurs la société d'aujourd'hui dans son ensemble, son fonctionnement même requiert une forte dose de mathématiques relativement avancées. De fait, sa survie en dépend, car les problèmes compliqués de notre société technologique nécessitent des mathématiques complexes pour les résoudre. C'est ce qui explique que l'on soit porté à exiger davantage de connaissances mathématiques de beaucoup de citoyens maintenant.

Fondamentalement, on peut envisager la mathématique de trois points de vue:

1. Comme un moyen d'être plus efficace dans sa vie personnelle et dans la société;
2. Comme un outil qui permet d'opérer dans le domaine technologique;
3. Comme une discipline abstraite autonome.

*** Rapport paru dans *The Mathematics Teacher*, Nov. 1972. Copyright 1972, N.C.T.M. Traduction faite par Claude Gaulin, avec la permission du N.C.T.M. (adapt. mineures)

Chacun de ces points de vue a son importance. Le premier concerne tout le monde. Le second est essentiel à l'homme de science et à l'ingénieur et, plus généralement, à tous ceux qui ont besoin des mathématiques comme outil dans leur profession. Le troisième point de vue est important au niveau du mathématicien professionnel, lequel trouve à la mathématique une fascination et une beauté qui échappent généralement aux personnes ayant une formation mathématique peu poussée.

Pris séparément, aucun de ces trois points de vue n'a plus d'importance qu'un autre en regard de l'ensemble de notre société et de son fonctionnement complexe.

Les éducateurs reconnaissent en général que pour beaucoup d'étudiants, les efforts faits par le passé pour rénover l'enseignement des mathématiques ont été profitables. Néanmoins il reste qu'il y a encore trop d'élèves qui quittent l'école sans posséder les connaissances et les techniques nécessaires pour obtenir un emploi et pour résoudre les problèmes de la vie quotidienne.

Il est urgent de fournir de l'information et des suggestions aux enseignants et aux administrateurs à propos de:

- 1) ce que tout élève doit assimiler en mathématique pour au moins "survivre" dans la société contemporaine;
- 2) ce que quelqu'un doit absolument connaître en mathématique pour se comporter comme un citoyen à part entière dans la société contemporaine;
- 3) méthodes et média d'enseignement susceptibles non seulement d'assurer l'acquisition par les élèves de capacités et de techniques mathématiques considérées comme essentielles pour tous, mais également stimuler chez eux le désir d'appliquer par la suite les techniques qu'ils auront apprises.

Dans le présent rapport, nous avons énuméré les capacités et techniques mathématiques nécessaires en trois catégories. Dans une première section, nous avons cherché à inclure des exemples de celles qui nous apparaissent indispensables pour la majorité des adultes vivant dans la société. Assurément, il ne faut pas en conclure que chaque individu doit posséder chaque concept énuméré là. Nous souhaitons plutôt que le lecteur interprète ces suggestions en fonction du contexte dans lequel il se trouve et que les enseignants de la mathématique s'en

inspirent pour établir certaines priorités. Nous formulons l'espoir que les professeurs sauront convaincre leurs élèves, par un choix approprié et raisonnable d'objectifs, d'activités et de méthodes d'enseignement, que l'acquisition de capacités et de techniques comme celles qui sont énumérées ici est indispensable à toute personne qui désire jouer un rôle dans la société d'aujourd'hui. Dans une deuxième section, nous présentons quelques éléments caractéristiques de la mathématique considérée comme une discipline abstraite autonome. Nous espérons que cela sera utile à ceux qui s'y intéressent et qui cherchent à comprendre la nature même des mathématiques. La troisième section devrait intéresser ceux qui ont de telles préoccupations et qui désirent comprendre davantage le rôle de la mathématique dans la société.

CAPACITES ET TECHNIQUES INDISPENSABLES POUR LA MAJORITE

Dans la vie quotidienne et dans beaucoup de métiers ou de professions, on a souvent besoin de se servir de mathématiques. Voici quelques propositions de thèmes mathématiques et de savoir-faire correspondants qui nous apparaissent constituer un minimum nécessaire à tout citoyen éclairé.

1. Nombres et symboles numériques
 - a) Expression d'un nombre rationnel dans le système décimal
 - b) Énumération des dix premiers multiples des nombres naturels de 2 à 12
 - c) Utilisation de nombres naturels pour résoudre des problèmes
 - d) Lecture des nombres naturels jusqu'aux billions; compréhension de la valeur positionnelle de chaque chiffre
 - e) Expression d'un nombre rationnel positif sous la forme d'une fraction, d'un pourcentage ou d'un nombre décimal
 - f) Écriture et lecture d'un nombre naturel en chiffres romains (par ex. dates)
 - g) Représentation de nombres très grands ou très petits à l'aide de la notation scientifique
2. Opérations arithmétiques et leurs propriétés
 - a) Écriture de fractions équivalentes à une fraction donnée telle que $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{5}$
 - b) Utilisation des algorithmes habituels dans le cas des quatre opérations portant sur des nombres rationnels positifs
 - c) Reconnaissance et usage des propriétés des opérations

(associativité, commutativité, etc.) et de certains nombres ($a \cdot 1 = a$;
 $a + 0 = a$)

- d) Résolution de problèmes où interviennent des fractions (quatre opérations)
 - e) Résolution de problèmes où interviennent des pourcentages
 - f) Calculs arithmétiques sur des mesures
 - g) Estimation de résultats
 - h) Jugement à propos de résultats numériques obtenus dans un problème (sont-ils raisonnables ?)
3. Phrases exprimées en langage mathématique
- a) Traduction en langage mathématique d'un problème donné verbalement
 - b) Résolution d'équations linéaires simples, telles que $a+3=12$;
 $16-n=4$; $n/3=7$ et $4a-2=18$
 - c) Traduction dans le langage courant de phrases exprimées mathématiquement
4. Géométrie
- a) Reconnaissance de lignes droites horizontales, verticales, parallèles, perpendiculaires et concourantes
 - b) Classification de figures planes simples en fonction de leurs propriétés
 - c) Calcul de périmètres de polygones
 - d) Calcul d'aires de rectangles, de triangles et de cercles
 - e) Familiarité avec les concepts de similitude et de congruence de triangles
5. Mesures
- a) Applications portant sur des mesures de longueur, de surface, de capacité, de masse, de temps, de sommes d'argent et de température
 - b) Utilisation d'unités de longueur, de surface, de masse et de capacité pour effectuer des mesures
 - c) Usage d'instruments de mesure standards pour mesurer des longueurs, des surfaces, des capacités, des durées et des températures
 - d) Mesurer arrondies à une unité près (unité sur la règle, le rapporteur, le thermomètre, ... que l'on utilise)
 - e) Lecture de cartes et estimation de distances entre des endroits sur la carte

6. Relations et fonctions

- a) Interprétation de la représentation graphique d'une fonction
- b) Application des concepts de rapport et de proportion à la construction de dessins à l'échelle, au calcul de pourcentages et à d'autres fins
- c) Ecriture de phrases simples exprimées en langage mathématique et faisant intervenir les relations $=$, $>$, $<$ et \neq entre des nombres

7. Probabilité et statistique

- a) Calcul de la moyenne (arithmétique), du mode et de la médiane d'un ensemble de données numériques
- b) Analyse et résolution de problèmes simples de probabilité (par ex. à propos de pièces de monnaie que l'on lance ou du tirage d'une boule d'une couleur donnée d'une urne contenant des boules de plusieurs couleurs)
- c) Estimation du résultat de certains types de problèmes
- d) Reconnaissance des techniques utilisées pour faire des prédictions et des estimés à partir d'échantillons

8. Graphiques

- a) Mesures d'objets réels déterminées à partir de dessins à l'échelle
- b) Construction de dessins à l'échelle d'objets simples
- c) Construction de graphiques pour exprimer des relations entre deux variables à partir d'ensembles de données connues
- d) Interprétation d'informations fournies à l'aide de graphiques ou de tables.

9. Raisonnement mathématique

- a) Vérification de la validité d'une proposition par la recherche de contre-exemples
- b) Détection et description d'informations inexactes ou tendancieuses dans la publicité ou la propagande, en particulier en ce qui a trait à la présentation de données statistiques et à certaines inférences qu'on en tire
- c) Cueillette et présentation de faits ou de données pour appuyer un argument ou pour justifier une inférence

10. Mathématiques des affaires et du consommateur
 - a) Tenue à jour d'un compte de banque personnel
 - b) Préparation et tenue à jour d'un budget personnel
 - c) Calculs d'intérêt simple portant sur des achats à tempérament
 - d) Estimation du coût réel d'un objet
 - e) Calcul de taxes; calcul du rendement d'investissements
 - f) Utilisation de mathématiques nécessaires pour évaluer les revenus provenant d'un plan de retraite ou d'autres assurances

LA MATHÉMATIQUE COMME DISCIPLINE ABSTRAITE AUTONOME.

Que dire maintenant des étudiants qui sont intéressés à étudier la mathématique considérée comme une discipline abstraite autonome ? Il y a plusieurs capacités que de tels élèves devraient développer. En voici quelques exemples.

1. Compréhension de la présentation déductive des mathématiques. (Par la simple application des règles de la logique, que peut-on déduire à partir de faits considérés comme vrais ? Quand une proposition est-elle une conséquence logique d'une autre ?)
2. Capacité à bâtir un raisonnement cohérent. (La démonstration de théorèmes joue un rôle important en mathématique. Des expériences ont montré que de jeunes enfants sont capables de démontrer des théorèmes simples. Les élèves qui affichent une certaine facilité à ce faire devraient être encouragés, à exercer avec succès ce processus typique de l'activité mathématique. Par exemple, un tel élève pourrait éprouver une grande satisfaction à démontrer par la voie logique que la somme de deux nombres pairs est un nombre pair.)
3. Capacité à distinguer un raisonnement valide d'un raisonnement invalide. (On démontre des théorèmes en cheminant des hypothèses vers les conclusions par l'intermédiaire d'une série de déductions logiques. Il est important de pouvoir reconnaître des arguments qui ont des failles. Il faut également bien se rendre compte que le fait d'être affectivement en accord avec une conclusion ne la rend pas pour autant valable!)
4. Familiarité avec les propriétés des systèmes de nombres. (Par exemple, la commutativité et l'associativité de l'addition de nombres réels devraient être assimilées à fond. En plus d'une certaine facilité à utiliser de telles propriétés, il est souhaitable que l'élève atteigne

à l'économie dans les calculs grâce à leur utilisation. Que l'on pense par exemple aux simplifications rendues possibles par l'usage de la propriété de distributivité...)

5. Capacité à vérifier si un système donné possède ou non des propriétés données. (Par exemple, tel ensemble donné d'éléments muni de telle et telle opérations binaires forme-t-il un corps ?)
6. Capacité à établir des relations entre divers concepts et diverses opérations. (Par exemple, la soustraction et l'addition sont des opérations "inverses" l'une de l'autre. Lorsqu'on réussit à établir de telles relations, il n'est plus nécessaire de mémoriser un grand nombre de faits isolés. A force d'observer et de manipuler de telles relations, on retient plus facilement ce qu'on apprend et on accroît son sens de l'observation.)
7. Capacité à percevoir des régularités dans des suites (numériques ou autres). (Une habileté de ce genre est applicable dans beaucoup de domaines de l'activité humaine. La mathématique constitue la discipline idéale pour développer et exercer cette habileté.)

LE RÔLE DE LA MATHÉMATIQUE DANS LA SOCIÉTÉ

Les étudiants dont il vient d'être question dans la section précédente sont aussi généralement intéressés à comprendre davantage en profondeur le rôle que joue la mathématique dans la société d'aujourd'hui. Il serait souhaitable de développer chez ceux-là les capacités suivantes également.

1. Connaissances à propos des usages des ordinateurs en sciences, en technologie, en affaires et au niveau des gouvernements.

Les ordinateurs sont devenus indispensables pour le bon fonctionnement et pour la survie même de la société d'aujourd'hui. La complexité des problèmes d'aujourd'hui en nécessite l'utilisation. L'utilité des ordinateurs est due à leur rapidité et à leur immense capacité de mémoire. Dans les situations où il faut prendre des décisions très complexes, où parfois il faut traiter des millions de données, ces qualités sont indispensables. Il faut cependant se garder de croire que les ordinateurs peuvent résoudre tous les problèmes, ou qu'ils sont présentement capables de pensée et de prise de décision autonomes.

2. Reconnaissance que les mathématiques se sont développées suivant une évolution marquée d'étapes significatives.

Les idées mathématiques qui ont surgi au travers de cette évolution ont servi à l'homme à résoudre les problèmes qu'il rencontrait et l'ont aidé à contrôler son environnement, à différentes époques. De l'invention des nombres naturels pour compter à celle des nombres irrationnels pour exprimer des longueurs, l'homme a été amené à conceptualiser des objets mathématiques qui au départ ne lui servaient qu'à des fins utilitaires. L'invention d'un outil mathématique spécifique et sa conceptualisation dans le cadre d'un système abstrait constituent des phases que l'on retrouve continuellement dans la genèse des mathématiques.

3. Conscience des multiples applications que peuvent trouver les techniques mathématiques dans la vie quotidienne de chaque individu.

Pour mieux apprécier l'importance de la mathématique dans la vie quotidienne, il suffit de se demander ce qui arriverait si la mathématique venait à disparaître. Si par exemple nos connaissances à propos des nombres ou de la géométrie s'évanouissaient, pourrions-nous nous livrer complètement et avec succès à nos tâches de chaque jour ?

4. Reconnaissance que certains problèmes, de par leur nature même, ne se prêtent pas à des solutions par des méthodes mathématiques.

Il y a des moments où des individus prennent des décisions basées sur des sentiments et des émotions qui, de par leur nature, ne se prêtent pas à une description ou à une analyse mathématique.

5. Reconnaissance que certaines professions nécessitent la connaissance de techniques mathématiques des plus complexes.

Un jeune étudiant qui aurait démontré une grande aptitude pour les mathématiques et qui aspirerait à une profession demandant une compétence exceptionnelle en mathématique devrait être informé de cette exigence et pouvoir se préparer convenablement à cette profession. Il devrait se rendre compte que plusieurs années d'études mathématiques pourraient alors être nécessaires.

6. Conscience du fait que la mathématique trouve des applications immédiates non seulement dans les sciences naturelles, mais aussi dans les sciences de l'homme, dans les arts, etc.

Plusieurs psychologues et autres spécialistes dans les sciences de

l'homme, par exemple, font un usage de plus en plus grand de techniques mathématiques dans le développement de leur propre discipline. Ainsi, ils peuvent faire appel à des ordinateurs pour analyser et comprendre les facteurs qui influencent le comportement humain; ces appareils sont alors indispensables, à cause du grand nombre de variables en jeu. Par ailleurs, les problèmes de l'environnement, avec toute leur complexité, requerront probablement des modèles mathématiques de plus en plus compliqués pour être résolus.

ETC. ETC.



La Mathématique en atelier

- Les Fiches de la Mathématique en Atelier, rédigées suivant le plus récent programme-cadre, répondent adéquatement à la mathématique par objectifs.
- Les Fiches exploitent « la mise en situation » essentiellement orientée vers la découverte; elles favorisent l'esprit de créativité et de recherche chez l'élève.
- Les Fiches privilégient le travail en équipe, mais se prêtent volontiers à l'enseignement individuel.
- Les Fiches de la Mathématique en atelier sont attrayantes, jamais monotones; les auteurs font preuve de beaucoup d'imagination et d'humour.

Une trentaine de fiches par année groupées en trois fascicules; chaque fascicule est accompagné d'un cahier d'atelier.

Prix: Secondaire I: Fascicules 1, 2, 3: \$2.75 chacun; Cahiers d'Atelier: \$1.00 chacun.

Secondaire II: Fascicules 4, 5, 6: \$3.50 chacun; Cahiers d'Atelier: \$1.50 chacun.

ÉDITIONS F. I. C.

**399, rue des Conseillers
La Prairie, P.Q.**