TERMINOLOGIE

Deux lecteurs nous ont demandé s'il fallait écrire "n-uplet", "n-uple" ou "n-tuplet" pour désigner une finie $(x_1, \ldots, x_n)$ de longueur n. En réponse à question, nous donnons aujourd'hui notre avis sur ce sujet. Nous invitons nos autres lecteurs à suivre cet exemple et à nous faire parvenir leurs commentaires ou questions.

M76 n-uplet

On rencontre plusieurs expressions pour désigner une suite finie $(x_1, \ldots, x_n)$ de longueur n :

- n-uplet : il s'agit à notre avis du terme correct; en effet, le suffixe "uplet", employé par exemple dans "triplet", dans"quadruplet", indique une suite finie;
- n-uple: ce terme est incorrect, le suffixe "uple" signifiant en général "tant de fois"; ainsi 15 est le triple de 5
  (1,3,7) est un triplet ;
- n-tuplet , n-tuple: ces termes semblent être des anglicismes et devraient par conséquent être évités.

S30 Maximum de deux nombres réels: max $\{x,y\}$ ou $x \vee y$

Si l'on se place dans une perspective ensembliste, on dénotera max $\{x,y\}$ le maximum des nombres x et y . En général (voir S28), le maximum, s'il existe, d'une partie X de $\mathbb{R}$ est noté max X ; lorsque X est $\{x,y\}$, on obtient max $\{x,y\}$ comme notation .
On peut également considérer le maximum de nombres comme une opération binaire sur $\mathbb{R}$.

- La notation max $\{x,y\}$ est correcte même de ce point de vue puisque l'opération maximum est commutative et que $\max\{a,a\} = \max\{a\} = a$

- Certains utilisent la notation $\max(x_1, x_2)$ pour insister sur le fait qu'une opération binaire sur $\mathbb{R}$ est définie sur l'ensemble $\mathbb{R}^2$ des couples de nombres réels. Selon nous, cette notation est inappropriée. D'ailleurs, elle n'est pas conforme à la pratique générale concernant les opérations binaires; en effet, la valeur en (x,x') d'une opération binaire $\top : X^2 \longrightarrow X$ est notée $x \top x'$ et non $\top(x,x')$.
- Mentionnons qu'en théorie des ensembles ordonnés, le maximum dans $\langle X, \leqslant \rangle$ de x et de x', s'il existe, est noté $x \vee x'$. Le symbole pourrait donc être utilisé pour les nombres réels par ceux qui désirent insister sur l'aspect opérationnel du maximum.

En résumé: la notation usuelle serait $\max\{x,y\}$; si cependant on veut insister sur l'aspect opérationnel, nous suggerons d'écrire $x \vee y$.
Les mêmes commentaires s'appliquent au minimum de deux nombres réels, $x \wedge y$ étant la notation "opérationnelle" .

S31 pgcd $\{m,n\}$ et ppcm $\{m,n\}$

Pour des raisons analogues à celles données en S(30), nous utilisons des accolades pour le plus grand commun diviseur et le plus petit commun multiple de deux nombres naturels non nuls:

pgcd $\{m,n\}$= plus grand commun diviseur de m et n

ppcm $\{m,n\}$= plus petit commun multiple de m et n .

Par exemple,

pgcd $\{36,20\} = 4$ et ppcm $\{36, 20\} = 180$.

Cette notation s'applique également lorsque plus de deux nombres sont considérés: pgcd $\{24, 18, 60, 54, 90\} = 6$

ppcm $\{2, 4, 6, 12, 15, 20\} = 60$

Remarquer que nous écrivons "pgcd" et non pas "p.g.c.d." En effet, il est d'usage en mathématique d'écrire sans point les abréviations : par exemple $\sin x$, $\cos x$, $\max X$, $\inf X$. D'ailleurs la présence des points ne suffirait pas à faire de "p.g.c.d." une abréviation correcte.
Une dernière remarque qui n'est pas d'ordre terminologique: convenons de noter $\mathrm{Div}(m)$ l'ensemble des diviseurs dans $\mathbb{N}^*$ de m; alors

pgcd $\{m,n\} = \max(\mathrm{Div}(m) \cap \mathrm{Div}(n))$.

De même, si Mult(m) dénote l'ensemble des multiples (dans $\mathbb{N}^*$) de m,

$$\text{ppcm}\,\{m,n\} = \min(\text{Mult}(m) \cap \text{Mult}(n)).$$

S32 Resp.

L'abréviation "resp." permet de traiter en une fois deux situations analogues (et même trois parfois).

Exemple: Le maximum (resp.minimum) d'une partie X de $\mathbb{R}$ est le plus grand (resp.le plus petit) élément de X, si un tel élément existe.

Ce texte contient les définitions de maximum et de minimum. Une telle présentation a l'avantage d'être plus compacte, plus synthétique. (Cependant aux niveaux élémentaire et secondaire, son emploi présente des inconvénients et l'on préfère en général donner deux définitions séparées.

Certains laissent tomber le "resp." conservant seulement les parenthèses. Ainsi, pour l'exemple précité, ils écriraient :

> Le maximum(minimum) d'une partie X de $\mathbb{R}$ est le plus grand (le plus petit) élément de X, si un tel élément existe.

Cette façon d'écrire comporte, à notre avis, des risques sérieux d'ambiguité. D'abord ne serait-ce que parce que les parenthèses sont utilisées à toutes les sauces en mathématiques. La présence du "resp." nous semble nécessaire.