CONCOURS MATHÉMATIQUE DE L'AMQ

Niveau CEGEP

Il y eut 29 collèges participants pour un total de 209 inscrits. 141 étudiants ont passé le concours.

Voici la liste des dix premiers.

SAVOIE Jean	220 Lavoie, Laprairie	Edouard Montpetit
HURTUBISE Jacques	4929, boul. Laird	Jean-de-Brébeuf
VIGNOLA François	251 St-René, Rimouski	Rimouski
HAMEL Louis A.	1134 St-Viateur, Mtl 153	Bois-de-Boulogne
BOUCHER Yvon	R.R. no 1, St-Philibert, Beauce	Séminaire St-Georges
MELANCON Paul	11 Holmes, Drummondville	Jean-de-Brébeuf
JUTRAS Mario	1685 Principale, Granby	Sherbrooke, Campus de Granby
RICHER Jacques	12 rue Cartier, St-Jérôme	St-Jérôme
LANIEL Normand	72 Mathias, Valleyfield	Valleyfield
WASSEF Ramses	5130 Hingston Ave, Mtl 253	Brébeuf

CONCOURS MATHEMATIQUE DE L'AMQ

NIVEAU CEGEP

Samedi, le 28 avril 1973
de 9.00 à 12.00 heures.

Question 1

Montrer que $\dfrac{1}{\log_2 N} + \dfrac{1}{\log_3 N} + \dots + \dfrac{1}{\log_{100} N} = \dfrac{1}{\log_{100!} N}$

où $N > 1$.

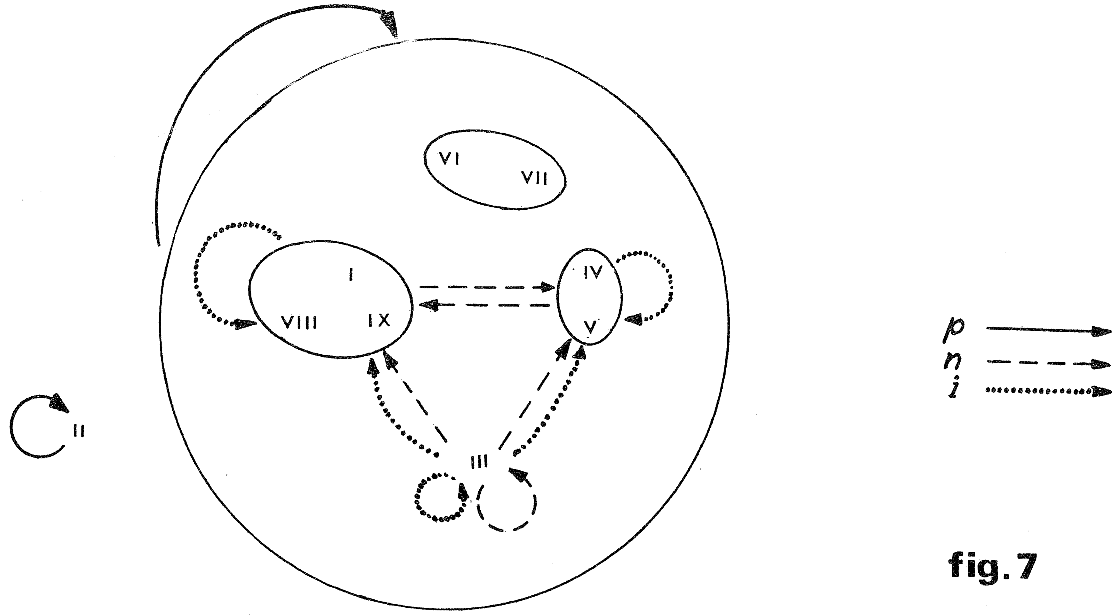


fig.7

Les classes d'individus qui apparaissent dans cette image fonctorielle de GenCL sont très significatives: I, VIII et IX sont trois "WASP" (White Anglo-Saxon Protestant), IV et V sont deux Juifs ayant eu une éducation juive assez orthodoxe et s'identifiant clairement comme tels; enfin VI et VII sont deux Juifs d'éducation libérale ne s'identifiant pas spécifiquement comme Juifs. Les relations globales entre ces classes, telles qu'elles apparaissent dans la figure 7, sont aussi significatives. Dans la figure 7, le morphisme p est devenu une espèce de morphisme universel, sans grand contenu social, le morphisme n garde son contenu négatif et le morphisme $i = n^2$ a pris de toute évidence un contenu positif, un peu semblable à celui de p dans le multigraphe générateur Gen (figure 6). On remarquera aussi l'existence de relations ambiguës, à la fois positives et négatives, de III à lui-même et de III à I, VIII, IX, IV et V, dans la figure 7.

*

* *

Le but de cet article n'est que de donner un aperçu rapide de recherches mathématiques et sociologiques en cours, auxquelles participent plusieurs personnes. Parmi celles-ci le professeur Harrison White du département de sociologie de l'université Harvard est celui qui a apporté la contribution la plus fondamentale, surtout du côté sociologique. On trouvera un exposé plus détaillé dans l'article suivant:

F. Lorrain et H. White, "Structural equivalence of individuals in social networks", Journal of Mathematical Sociology, 1 (1971) ainsi que dans mon livre, Réseaux sociaux et classifications sociales (Paris, Hermann, sous presse). White doit bientôt publier un article exposant les derniers résultats -- très encourageants -- de ses recherches sur l'analyse fonctorielle des réseaux sociaux.

Question 2

Eratosthène, mathématicien et astronome grec qui vécut de 276 à 195 avant Jésus-Christ, voulait calculer la circonférence de la Terre. Constatant qu'à une date précise dans l'année le Soleil faisait avec la verticale un angle nul à Syène et de 7^{o} et $12'$ à Alexandrie, deux villes d'Egypte distantes de 480 milles, il réussit cet exploit avec une précision étonnante pour l'époque. Quel fut son raisonnement et quelle valeur trouva-t-il?

Question 3

En ne prenant pour acquis que les trois axiomes suivants:

a) l'aire d'un carré de côté ℓ est ℓ^2;

b) deux rectangles ayant des côtés respectivement égaux ont même aire;

c) si l'on divise un rectangle en rectangles disjoints, l'aire totale est égale à la somme des aires;

montrer alors que l'aire d'un rectangle de côtés a et b est ab.

Question 4

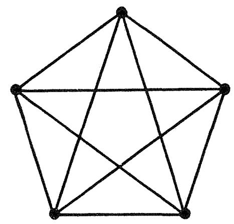
Montrer que l'aire d'un triangle construit au moyen des médianes d'un triangle quelconque ABC est égale aux trois-quarts de l'aire de ce dernier.

Question 5

Soit A un entier positif. Montrer que si A est impair ou multiple de 4, alors il existe des entiers x et y tels que $x^2 - y^2 = A$.

Question 6

Dans un pentagone régulier, calculer la valeur numériqe du rapport d'une des diagonales à l'un des côtés.



la presse

MONTREAL, VENDREDI
14 SEPTEMBRE 1973
89e ANNEE — No 220

B

Vivre en-dessous du "prix de gros", c'est possible!

par Pierre VENNAT

Le gel du prix des aliments est possible.

En ces jours difficiles où le prix des denrées monte plus vite que les avions supersoniques, il est possible d'obtenir des prix "fermes", qui ne varieront pas, pour une durée d'un an, en ce qui concerne les conserves, les pommes de terre, les produits laitiers le lait et la cotisation à l'AMQ.
Pour trois mois.

CORRIGÉ DU CONCOURS MATHÉMATIQUE DE L'AMQ (Niveau CEGEP)

1. Montrons d'abord que $\frac{1}{\log_a b} = \log_b a \qquad a\,b > 1$

Soit $x = \log_a b$ alors $a^x = b$.

Soit $y = \log_b a$ alors $b^y = a$.

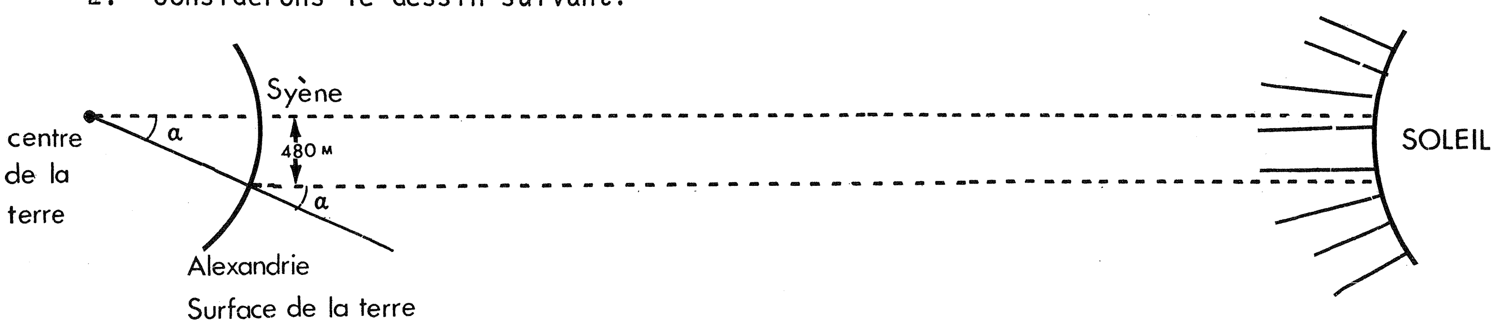
Donc $a = b^y = a^{xy}$. Ainsi $xy = 1$ et $x = 1/y$.

Le problème se ramène à:

$\log_N 2 + \log_N 3 + \ldots + \log_N 100$

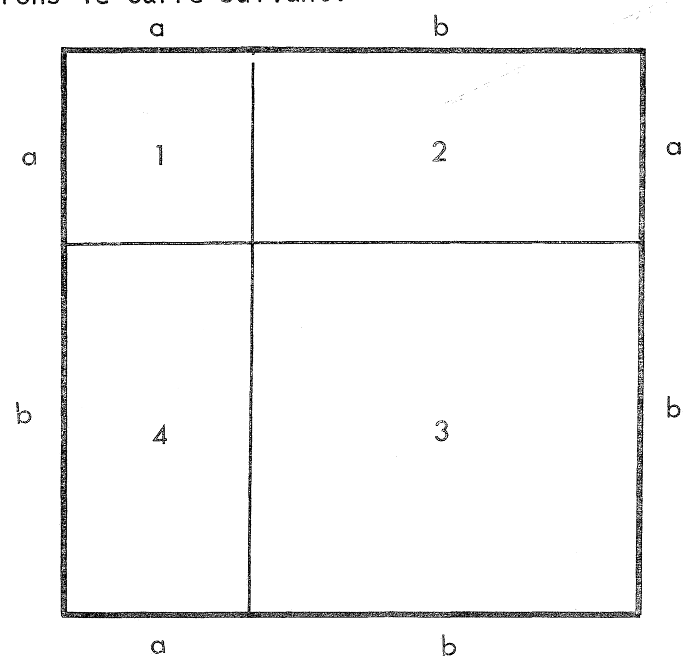
$$= \log_N 100! = \frac{1}{\log_{100!} N}$$

2. Considérons le dessin suivant:



Pour trouver la circonférence de la Terre, on doit multiplier 480 milles par $\frac{360^o}{7^o 12'}$, ce qui donne 24,000 milles.

3. Considérons le carré suivant:



Par axiome a), la surface de ce carré est $(a + b)^2$.

Par axiome a), l'aire de 1 est a^2 et l'aire de 3 est b^2.

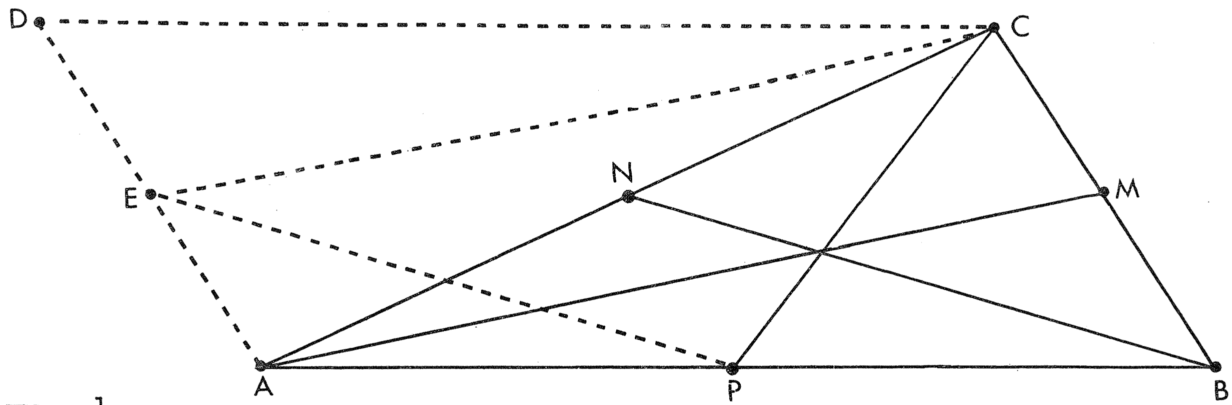
Par axiome b), l'aire de 2 est égale à l'aire de 4.

Par axiome c), l'aire de 1 + l'aire de 2 + l'aire de 3 + l'aire de 4 $= (a + b)^2$.

Ainsi $a^2 + b^2 + 2 \times \text{aire de } 2 = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Donc, aire de 2 = ab.

4. Soit S l'aire de ABC.
Traçons les médianes AM, BN et CP.
Traçons les parallèles à CB et AB qui se coupent en D.
Soit E le point milieu de AD. Joignons-le aux points C et P.
$\overline{CE}$ et $\overline{AM}$ sont égaux (côtés opposés du parallélogramme AE(M).



$\overline{PE} = \frac{1}{2}\,\overline{BD} = \overline{BN}$ (puisque DE joint les côtés milieux de ABD).

Ainsi PED est formé des médianes de ABC.

Ainsi PEC = aire de ABCD - aire de CED - aire de PCB - aire de APE

$$= 2S - \frac{1}{2}S - \frac{1}{2}S - \frac{1}{4}S$$

$$= \frac{3}{4}S.$$

5. a) Supposons A impair. Prenons par exemple A = 5.
   On constate que $(3 + 2)(3 - 2) = 5$,

   c'est-à-dire $\left(\frac{5+1}{2} + \frac{5-1}{2}\right)\left(\frac{5+1}{2} - \frac{5-1}{2}\right) = 5.$

   En général, on aura $\left(\frac{A+1}{2} + \frac{A-1}{2}\right)\left(\frac{A+1}{2} - \frac{A-1}{2}\right) = A$

   on prend alors $x = \frac{A+1}{2}$ et $y = \frac{A-1}{2}$.

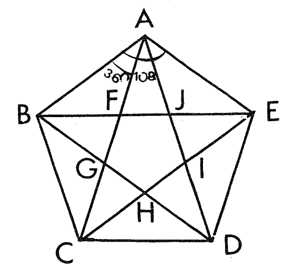
   b) Si A est de la forme 4A'

   i) si A' est impair, on trouve alors comme en a), u et v tels que
   $u^2 - v^2 = A'$
   et il suffit de prendre $x = 2u$ et $y = 2v$.

   ii) si A' est pair, en s'inspirant du cas impair, on constate que
   $\left(\frac{A'+4}{2} + \frac{A'-4}{2}\right)\left(\frac{A'+4}{2} - \frac{A'-4}{2}\right) = 4A' = A$

   on prend alors $x = \frac{A'+4}{2}$ $\qquad y = \frac{A'-4}{2}$.

6. La somme des angles intérieurs d'un polygone régulier est $(2n - 4)\frac{\pi}{2}$ ici, chaque angle vaut donc 108^0. Comme chaque angle est trisecté également par les diagonales, chaque petit angle vaut 36^0. On voit que le triangle ABD est semblable au triangle ABG



alors $\frac{\overline{BD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{BA}}{\overline{BG}} = \frac{\overline{BA}}{\overline{BD} - \overline{GD}}$ or $\overline{GD} = \overline{GA} = \overline{AB}$

Donc $\frac{\overline{BD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BD} - \overline{AB}}$. Posons $\overline{BD} = a$, $\overline{AB} = x$.

On a: $a^2 - xa = x^2$. D'où $x = \frac{a}{2}(\sqrt{5} - 1)$.

Et ainsi $\frac{a}{x} = \frac{\overline{BD}}{\overline{AB}} = \frac{2}{\sqrt{5} - 1}$.

CONCOURS MATHÉMATIQUE DU QUÉBEC

Liste des prix, des bourses et des mentions honorables

PREMIER PRIX - $100.00

HURTUBISE Jacques - CEGEP - Collège Jean-de-Bréfeuf - Montréal

DEUXIEME PRIX - $50.00

LALONDE Pierre - CEGEP - CEGEP Ahuntsic - Montréal

TROISIEME PRIX - $50.00

ST-LOUIS Luc - CEGEP - CEGEP de Maisonneuve - Montréal

BOURSES D'ETUDES SUN LIFE - $150.00 CHACUNE

HURTUBISE Jacques

LALONDE Pierre

PRIX PROVINCIAUX ET REGIONAUX - $25.00 CHACUN

BEAUVAIS Luc	12e	Pavillon d'enseignement secondaire	Deux-Montagnes
BENOIT Alain	CEGEP	CEGEP de St-Laurent	St-Laurent
BOISSEAU Bernard	CEGEP	CEGEP de Maisonneuve	Montréal
BOURGEOIS Jean-Pierre	12e	Centre Iberville	Montréal
BROUILLARD Alain	12e	Collège Notre-Dame	Montréal
CHAMPAGNE Ginette	12e	Ecole sec. Marie-Anne	Montréal
CHARBONNEAU Johanne	11e	Ecole sec. Stella Maris	Montréal
DECAEN Dominique	CEGEP	Collège André-Grasset	Montréal
DESCARY Michèle	CEGEP	CEGEP de Rosemont	Montréal
DESLANDES Rolland	CEGEP	Séminaire de St-Hyacinthe	St-Hyacinthe
FAUCHER Christiane	12e	Polyvalente Benoit-Vachon	Ste-Marie
GUEVREMONT Benoît	12e	Ecole sec. Bernard-Gariépy	Sorel
GUILBEAULT André	12e	Polyvalente Baie-St-François	Valleyfield
JARRY Michel	CEGEP	Collège Jean-de-Brébeuf	Montréal
LAHAIE Claire	12e	Ecole sec. La Magdeleine	Laprairie
LAPIERRE Ginette	12e	Polyvalente Baie-St-François	Valleyfield

LECLUYSE Henri	11e	Collège Notre-Dame	Montréal
LEPAGE Louis-Georges	11e	Cité Etudiante Polyno	La Sarre
LEVESQUE Etienne	CEGEP	CEGEP Ahuntsic	Montréal
LEVESQUE Michèle	12e	Polyvalente Fernand-Lefebvre	Sorel
LONGPRE Luc	11e	Polyvalente Jean-Baptiste Meilleur	Repentigny
MAINVILLE André	11e	Polyvalente Ozias-Leduc	Mont St-Hilaire
MARCHAND René	12e	Collège Notre-Dame	Montréal
MAYER Serge	12e	Ecole sec. Rivière-des-Quinzes	Rouyn
MERCURE Hélène	CEGEP	CEGEP de Maisonneuve	Montréal
MONTREUIL Benoit	11e	Polyvalente de Beloeil	Beloeil
MORIN Danielle	12e	Ecole sec. Lionel-Groulx Annexe	Montréal
MORIN Guy	11e	Collège de Longueuil	Longueuil
POIRIER Alain	12e	Ecole sec. La Magdeleine	Laprairie
ROBERT Yvon	12e	Polyvalente Chanoine-Armand-Racicot	St-Jean
ROY Damien	11e	Ecole sec. Mgr A.-M. Parent	St-Lambert
SAUVAGEAU Benoit	11e	Ecole sec. St-Donat	Montréal
SEGUIN Marc	CEGEP	Collège André-Grasset	Montréal
TURCOTTE Gilles	CEGEP	CEGEP Bourgchemin	Drummondville
VEILLETTE Suzanne	12e	Ecole sec. Champagnat	La Tuque