Coin du problème

On peut faire parvenir sa solution à

Equipe du Bulletin
Association Mathématique du Québec
4342, rue Bourbonnière
Montréal 406, Qué.

1. On appelle disque euclidien de rayon $r \in \mathbb{R}$ et de centre $a = (a_1, a_2) \in \mathbb{R}^2$ l'ensemble (Prix \$15.00)

$$D(a,r) = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid d(x,a) \leqslant r\}$$

où $d(x,a) = \sqrt{(x_1 - a_1)^2 + (x_2 - a_2)^2}$

si $x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$

Considérons maintenant quatre points distincts P_1, P_2, P_3, P_4 du plan $\mathbb{R}^2$. Supposons que chaque sous-ensemble de trois points parmi ces quatre points soit contenu dans au moins un disque euclidien de rayon unité. Démontrer que ceci entraîne qu'il existe un disque de rayon unité contenant les quatre points P_1, P_2, P_3 et P_4.

(André Joyal)

2. Etant donné deux points distincts P, Q du plan $\mathbb{R}^2$, le segment $[P, Q]$ est, par définition, l'ensemble de tous les points points de la droite passant par P et Q et situés entre P et Q, P et Q inclus. (Prix \$15.00)

Démontrer qu'étant donné un ensemble de cinq points P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 du plan $\mathbb{R}^2$ tel qu'aucun sous-ensemble de trois points soit aligné, alors on peut trouver deux paires disjointes $\{P_i, P_j\}$, $\{P_k, P_r\}$ incluses dans $\{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5\}$ telles que les segments $[P_i, P_j]$ et $[P_k, P_r]$ se rencontrent.

(André Joyal)