Concours de l'AMQ

Le concours de l'A.M.Q. (niveau CEGEP) s'adresse aux étudiants de collège 1 et collège 2. Il se tenait cette année samedi le 22 avril 1972. La durée de ce concours est de 3 heures.

Question 1

Un émir a fait don à trois de ses vassaux d'un nombre égal de chevaux. Chacun lui fait parvenir ses remerciements; le premier pour 400 chevaux, le deuxième pour 121 chevaux, le dernier pour 202 chevaux. Sachant que les trois vassaux ne comptent pas nécessairement dans la même base numérique (bien qu'elle soit inférieure ou égale à 10), pouvez-vous déterminer le nombre exact de chevaux dont l'émir a fait don à chacun et les bases utilisées?

Question 2

Un maître et un élève se proposent une séance de tir à l'arc. Chacun estime mentalement ses chances comme suit.

Le maître: "Mon élève à 10% des chances de tirer le premier et, dans ce cas, il a 50% des chances d'atteindre la cible; autrement, j'ai 70% des chances d'atteindre la cible".

L'élève: "Mon maître a 70% des chances de tirer le premier et, dans ce cas, il a 30% des chances d'atteindre la cible; autrement, j'ai 70% des chances d'atteindre la cible".

Une première flèche est tirée et atteint la cible. Trouver les chances selon le maître et selon l'élève qu'elle ait été tirée par le maître.

Question 3

Si f est une fonction continue sur $[-a,a]$, et impaire sur $[-a,a]$, c'est-à-dire:

$$f(x) = -f(-x) \quad \text{pour tout} \quad x \in [-a,a]$$

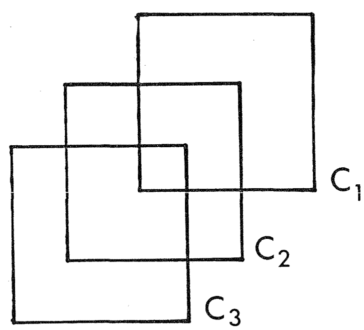
montrer que

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx = \int_{-a}^{a} f^3(x)dx = \ldots . = \int_{-a}^{a} f^{2n+1}(x)dx$$

où n est un entier positif.

Question 4

On considère la figure plane obtenue à partir de n carrés c_1, c_2, ..., c_n distincts de même dimension et disposés en diagonale comme dans la figure ci-contre et de telle manière que l'intersection de c_1 avec c_n ait une aire strictement positive. La figure ci-dessous pour n = 3 détermine 7 régions. Combien de régions obtient-on en prenant un nombre n quelconque de carrés? (N.B. il n'est pas nécessaire de démontrer la formule trouvée).



Question 5

Dans un parallélogramme ABCD, on trace une parallèle quelconque au côté AB qui coupe AD en P, AC en Q et BC en K.
Prouver que les triangles PQD et AQK ont la même aire.

Question 6

On considère la suite infinie de nombres naturels

$$S = \left\{ u_1, u_2, \ldots, u_n, \ldots \right\}$$

définie comme suit: $u_1 = 1$, $u_2 = 2$ et en général $u_{n+1} = u_{n-1} + u_n$.
(Par exemple: $u_3 = u_1 + u_2 = 3$, $u_4 = 5$, $u_5 = 8$, etc.)
Montrer que tout nombre entier $N \geq 1$ peut s'exprimer comme une somme de nombres appartenant à S de telle sorte que si l'on range les termes de cette somme en ordre croissant, deux termes consécutifs soient toujours distincts et non consécutifs dans S.

POTINS

L'A. M. Q. a déménagé durant l'été.

La nouvelle adresse est: 4342 rue Bourbonnière,
Montréal 406, P.Q.

Le nouveau numéro de téléphone est: (514) 254 - 0656

La C. I. E. A. E. M. (comité international pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement de la mathématique) tiendra sa prochaine rencontre à Québec (probablement en août).

Le groupe des didacticiens organise cette rencontre dont le thème sera l'activité mathématique dans l'enseignement.