DMITE DE TERMINOLOGIE

2: Le symbole $\sqrt{\ }$

Il ne faudrait pas confondre "radical 4", noté $\sqrt{4}$, et les racines de 4 qui ont $+\sqrt{4}$ et $-\sqrt{4}$. En effet, on considère $\sqrt{\ }$ et $-\sqrt{\ }$ comme des opérateurs e $\mathbb{R}_+$ dans $\mathbb{R}$, $\sqrt{4}$ signifie l'image de 4 par l'opérateur $\sqrt{\ }$.

Par conséquent, $\sqrt{4} = 2$ et $-\sqrt{4} = -2$ et non pas $\sqrt{4} = \pm 2$

$\sqrt{4}$ est lu "radical quatre" et $-\sqrt{4}$ est lu "moins radical quatre".
l ne faut jamais traduire le symbole $\sqrt{\ }$ par racine; par exemple il est <u>incorect</u> de traduire $\sqrt{4}$ par "racine de quatre".

<u>emarques</u>:

- On écrit $\sqrt{4} \in \mathbb{R}$; dès lors il ne peut s'agir que d'<u>un</u> élément et il faut savoir duquel.

- On écrit pour les racines du trinôme, $\dfrac{-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}}{2a}$, de sorte que pour $x^2 - 4x + 3 = 0$, on a $\dfrac{4 \pm \sqrt{4}}{2}$.

Si $\sqrt{4}$ signifiait ± 2 pourquoi mettrait-on toujours $\pm$ dans les formules? ...

3: Parenthèses

EFINITION: SYMBOLE DE PONCTUATION DU LANGAGE MATHEMATIQUE, noté ( ), A USAGES MULTIPLES tels que:

couple (a,b), triplet (a,b,g), $f(x)$, $f^2(x)$, cependant on écrit $\sin^2 x$ et non $\sin^2(x)$, $(\sin x)^2$, $y^{(n)}$, $(a-b)^2$, $g(f(x))$, $(\sin 2)x$ ou $x \cdot \sin 2$, $a - (b + c)$, $\binom{n}{2}$, $A = (a_{ij})$, $\sin(2x - 1)$, $(-2)^4$, $S = \binom{p}{p'}$, $(p \longrightarrow q) \vee r$

Autres exemples: $a + (b + c)$; $(-3) = (+7)(\text{mod } 5)$; $2 \cdot (-3)$; $(a - b) - c$; $(a + b) - c$; $(A \cap B) \cap C$.

Ordres de priorité dans l'écriture d'images d'opérations:

Pour éviter un surcroît de parenthèses, on a pensé utiliser la notation $a + b \cdot c$ pour représenter l'une des deux expressions $(a + b) \cdot c$ ou $a + (b \cdot c)$; il a été convenu que: $a + (b \cdot c) = a + b \cdot c$. Lorsque l'on veut parler de la première de ces expressions, il faut obligatoirement mettre des parenthèses. Il est donc entendu que $(2 + 3) \cdot 4 = 2 + 3 \cdot 4$. L'ignorance de ces conventions constitue l'une des grandes sources d'erreurs dans les calculs chez les étudiants.

Ainsi: $a + b \cdot c$ est AVANT TOUT une somme.

Règle des priorités: "Le + et le - ont priorité sur le $\div$ et le $\cdot$ quant à NATURE DE L'IMAGE."

Il en résulte que pour l'EXECUTION DES CALCULS, "les calculs avec $\cdot$ et $\div$ ont priorité sur ceux avec + et - ".

On recommande de s'en tenir au premier point de vue.

Dans l'algèbre des propositions on peut aussi, éventuellement, convenir d'un ordre de priorité pour économiser les parenthèses: dans l'ordre $\longleftrightarrow$, $\longrightarrow$, ($\vee$ et $\wedge$), $\neg$, relativement à la nature des expressions.

Ainsi: $(p \vee q) \longrightarrow (r \longleftrightarrow (s \wedge (\neg t))) = p \vee q \longrightarrow (r \longleftrightarrow s \wedge \neg t)$

$r \longrightarrow q \vee r = p \longrightarrow (q \vee r)$

Remarque:

De même que le négateur $\neg$ vient en queue des priorités, le signe - dans le rôle d'opération unaire vient aussi au dernier rang des priorités dans l'algèbre des réels, de sorte que $-a + b = (-a) + b$

Exemples d'utilisation de la règle des priorités:

1. $40 \cdot 3 + 65 \div 5 - 8 \cdot 12 = 120 + 13 - 96 = 37$
2. $(16 \cdot 20 - (160 - 50)) \div 2 + 60 \div 4 = (320 - 110) \div 2 + 15 = 105 + 15 = 120$
3. $(13 + 12)(42 - 34) - 6 \cdot (14 + 16) = 25 \cdot 8 - 6 \cdot 30 = 200 - 180 = 20$

JUSTIFICATION:

Les étudiants ont trop souvent rencontré pour la première fois les parenthèses comme "allant de soi", avec pour conséquences une grande confusion, qui se poursuit parfois jusqu'à la fin du cycle scolaire.

Il serait important de créer les habitudes suivantes chez les étudiants: ne pas oublier les parenthèses là où elles sont indispensables; être conscient d'un ordre de priorité; distinguer les rôles des parenthèses suivant qu'elles sont indispensables pour calculer ou indispensables pour souligner des concepts théoriques ou des aménagements.

Variantes: Le rôle de groupements par parenthèses tel que défini peut être dans certains cas supporté totalement ou partiellement par d'autres symboles.

Ainsi: $a \cdot (b - c) = a \cdot \frac{b - c}{1}$; $a \cdot \left(\frac{b}{2} - \frac{c}{2}\right) = a \cdot \frac{b - c}{2}$

$(a - b) \div (c - d) = \frac{a - b}{c - d}$; $(a - b)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a - b}$

$a\,|b + c|$; etc...

Pour signifier des parenthèses on rencontre aussi des crochets $[\quad]$, et des accolades $\{\quad\}$.

Dans le Vieux Temps on écrivait obligatoirement une combinaison de parenthèses en utilisant d'abord les parenthèses proprement dites, puis les crochets et enfin les accolades.

Exemple: $\left\{\left[(a + b) + c\right] + d + e\right\}$

Aujourd'hui, on se permet d'écrire $(((a + b) + c) + d + e)$. Cependant si l'on quitte le calcul des images, on rencontre des êtres mathématiques caractérisés avec précision par l'un de ces trois symboles - et alors il faut prendre garde.

Ainsi (a,b) , $\{a,b\}$, $[a,b]$ sont des êtres mathématiques distincts. De même (a,b,d) et $\{a,b,d\}$ sont distincts.

Dans certains cas particuliers, on rencontre $\langle\quad\rangle$, par exemple l'anneau $\langle \mathbb{Z}, +, \cdot \rangle$.

Exemples: Dans les exemples suivants les parenthèses sont essentielles: (a,b) ; $(a - b)^2$; $a - (b + c)$; $(-2)^4$.
Tandis qu'elles ont un rôle d'explicitation dans: $a + (b + c)$; $(a - b) - c$.

<u>Mise en garde</u>:

L'<u>OUBLI</u> des parenthèses peut souvent modifier la signification d'une expression. Voici quelques exemples:

Ex 1 : Soit $A = a + b$
$\log A = \log a + b$ au lieu de $\log(a + b)$
$A \cdot 3 = a + b \cdot 3$ au lieu de $(a + b) \cdot 3$

Ex 2 : Soit $B = \cos 2$ et $A = a + b$
$B \cdot X = \cos 2 \cdot x$ au lieu de $(\cos 2)x$ ou mieux $x \cos 2$
$B - A = \cos 2 - a + b$ au lieu de $\cos 2 - (a + b)$

Ex 3 : $-2^4 \neq (-2)^4$

Ex 4 : $a + b \cdot a - b \neq (a + b)(a - b)$

L'<u>OUBLI</u> des parenthèses peut souvent affaiblir la compréhension tout en conservant tacitement la signification:

Ex 1 : $\int 2 + 3x dx$ au lieu de $\int (2 + 3x)dx$

Ex 2 : $(5 + a) \cdot -2$ au lieu de $(5 + a)(-2)$

Il faut aussi éviter la <u>mécanisation inconsciente</u> dans l'interprétation des objets entre parenthèses: $(\sin x)^2 = \sin^2 x^2$ au lieu de $\sin^2 x$.

<u>Remarque</u>:

On sait que $(f(x))^2 = f^2(x)$; il en est de même pour sin, $(\sin(x))^2 = \sin^2(x)$, mais pour sin <u>on convient</u> de ne pas écrire entre parenthèses l'argument. Il en est de même de log, cos, tan, etc...

Incompréhension de certaines considérations théoriques explicitées par les parenthèses: "Exprimer $a + b + c$ sous la forme $A + B$"; par exemple: $(a + b) + c$.

Dorénavant l'intervalle ouvert $]a,b[$ ne se note plus (a,b).

17 : Nombre entier

1. Un nombre entier est, par définition, une solution de quelque équation de la forme

$$a + x = b$$

où a et b sont des nombres naturels. L'ensemble des nombres entiers est noté $\mathbb{Z}$:

$$\mathbb{Z} = \{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, \ldots\}$$

2. Certains parlent de nombres entiers relatifs, l'adjectif "relatif" étant alors employé pour opposer les éléments de $\mathbb{Z}$ aux nombres entiers naturels, qui sont positifs.

   D'autres parlent de nombres entiers rationnels, l'adjectif cette fois étant inspiré par l'algèbre abstraite.

   On suggère de s'en tenir à "nombres entiers".

3. Notations.

$$\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\} = \{1, -1, 2, -2, 3, -3, \ldots\}$$

$$\mathbb{Z}_+ = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \geqslant 0\} = \mathbb{N}$$

$$\mathbb{Z}_- = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leqslant 0\} = \{0, -1, -2, -3, \ldots\}$$

$$\mathbb{Z}_+^* = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \geqslant 0 \text{ et } x \neq 0\} = \mathbb{N}^*$$

errata

Voici les corrections à apporter aux deux articles, déjà parus, du comité de terminologie.

<u>Journal de l'A.M.Q.</u> (Vol XIV, décembre 1971):

p. 37, lignes 8 et 9: lire "calcul de réponse positionnelle" au lieu de "calcul de réponse".

p. 39, lignes 2 et 4 et p. 40, ligne 4: lire "Un nombre naturel" au lieu de "Un entier naturel".

p. 39, lignes 6-8: lire "Nombres entiers" au lieu de "Entiers".

<u>Bulletin A.M.Q</u>. (Vol. XIII, no 1, janvier 1972):

p. 35, ligne 13: lire " $\mathbb{Z}/p$" au lieu de " $\mathbb{Z}_p$"

p. 35, ligne 15: lire " $\mathbb{Z}/1$" au lieu de " $\mathbb{Z}_1$"

p. 36, ligne −2: lire "or" au lieu de "ou"

p. 37, ligne 28: lire " $\{x \in A \mid x \geqslant 0\}$ " au lieu de " $\{x \in A \mid x > 0\}$ "

p. 37, ligne 29: lire " $\{x \in A \mid x \leqslant 0\}$ " au lieu de " $\{x \in A \mid x < 0\}$ " .