Rétrospectives . . .

Rédacteur : Jean-Paul Collette, Université du Québec à Montréal

ESQUISSE HISTORIQUE DU CONCEPT DE NOMBRE

(Première partie)

INTRODUCTION

Le nombre tel que nous le concevons aujourd'hui possède des ramifications dont les racines prennent naissance aux temps préhistoriques de l'humanité. Il est impossible de fixer la période exacte, dans l'antiquité, où le nombre cardinal apparaît pour la première fois. Cependant les plus vieux documents que nous possédons attestent l'existence de notions reliées au concept de nombre chez les civilisations de Perse, d'Egypte, d'Inde et de Chine. Quelques rares exceptions nous permettent d'affirmer que l'homme primitif avait aussi une certaine idée de nombre. Boyer(1) mentionne la découverte en Tchécoslovaquie d'un os appartenant à un jeune loup, os sur lequel apparaît une suite de cinquante-cinq incisions disposées en deux séries par groupes de cinq. Cette découverte archéologique suffit à montrer que l'idée de nombre prend racine dans la préhistoire.

FORMATION DU NOMBRE

Avant l'existence d'un langage capable de permettre la communication verbale, le primitif pouvait certainement observer dans la nature des phénomènes quantitatifs: un loup et une meute de loups; un arbre et une forêt; un caillou et un tas de cailloux; etc . . . Cette différence entre l'unité d'une part et la pluralité d'autre part a certainement attiré son attention, de même que la notion de paire: deux pieds, deux mains, deux yeux, etc . . . Ces premières observations conduisent à la notion bien connue de "correspondance un à un", première étape de la numération. En effet le primitif utilise la *correspondance un à un* pour associer à une collection d'objets observés un ensemble de signes ou de choses, par énumération.(2) La collection de signes peut être très différente selon les tribus ou les peuplades primitives: une tribu utilisera des traits marqués dans le bois ou dans le sable; une autre aura recours à un tas de cailloux ou de noix de coco; une autre utilisera des gestes (position de la main sur une partie du corps); etc.

---

(1) Carl B. Boyer, *"A history of Mathematics"*, Wiley, New York, 1968, p. 4.

(2) *Enumération:* procédé qui permet d'établir un relevé des éléments dans une collection d'objets par comparaison (un à un) des objets observés avec les éléments d'un ensemble standard.

Malgré cette diversité de signes, il est clair que le principe de correspondance un à un est semblable pour tous les primitifs. Avec l'apparition du langage, l'énumération fait place à la "numération".[3] Encore une fois ici la "numération" prend un aspect différent selon les tribus: (1) à cause du langage spécifique utilisé par chacune; (2) à cause de besoins différents du milieu où la tribu évolue.

Par exemple les anciens Sumériens utilisent les mots *"homme", "femme"* et *"plusieurs"* pour *"un", "deux"* et *"plusieurs"* respectivement. L'homme représentait le nombre un. Par mariage lui et sa femme symbolisaient deux. Tout ce qui dépasse en quantité le nombre deux était symbolisé par "plusieurs".

Un autre exemple est fourni par les pygmés d'Afrique qui utilisent un système répétitif comme suit: *a, o a, u a, o a - o a, o a - o a - a,* etc. pour les nombres un, "deux", "trois", "quatre", "cinq" respectivement.

Malgré le remplacement des objets, pour énumérer, par des mots du langage le concept de nombre n'est pas encore dans la pensée de celui qui énumère. A ce stade le primitif qui fait correspondre à trois moutons trois mots distincts ne peut, en l'absence des mots, penser le nombre trois. Des expériences ethnographiques effectuées avec des tribus primitives ont montré que la connaissance d'une suite ordonnée de mots numériques ne débouche pas nécessairement vers le concept de nombre cardinal.[4] Ceci n'infère pas nécessairement l'impossibilité de compter sans avoir de nombres puisque la correspondance une à une permet l'existence du nombre cardinal.[5] Par ailleurs le processus d'abstraction apparaît graduellement dans la mesure où le primitif se détache progressivement des objets à compter. Cette étape progressive implique la distinction entre deux concepts importants: le nombre cardinal qui fournit l'expression quantitative et le nombre ordinal qui manifeste l'existence d'un premier élément suivi d'un deuxième et d'un troisième etc . . . Penser un nombre, exige pour le primitif, la compréhension de plusieurs relations:

a) la nature des objets à compter ne joue aucun rôle dans la numération,
b) l'ordre dans lequel les éléments sont observés n'affecte pas le résultat final i.e. le nombre cardinal,
c) le dernier élément compté correspond de fait au nombre cardinal de la collection dans la mesure où seul le résultat du comptage est important.

Par conséquent le pas difficile à franchir consiste à reconnaître le dernier élément compté comme celui qui dit "combien d'éléments sont contenus dans l'ensemble à énumérer".

---

(3) *Numération:* procédé qui utilise le langage (parlé ou écrit) pour énumérer les objets observés.

(4) *"Historical Topics for the Mathematics Classroom",* 31st Yearbook of The National Council of Teachers of Mathematics, Washington, 1969, p. 21

(5) C.J. Scriba, *"The Concept of Number — A Chapter in the History of Mathematics with Applications of Interest to Teachers",* Bibliographisches Institut, Manheim/Zürich, 1968, p. 6

En résumé : Nous rencontrons dans les différents langages primitifs des suites de mots (généralement ne dépassant pas quatre) qui expriment les premiers nombres. Chaque tribu possède un langage propre et les manières de compter sont très diverses. Le nombre apparaît chez le primitif lorsque ce dernier réussit à percevoir le dernier élément comme le résultat du comptage.

SYSTÈMES DE NUMÉRATION.

Chaque civilisation construit un système de numération conçu en fonction de ses besoins et de ses tendances naturelles. Si les signes pour représenter les nombres ont précédé les mots dans l'ordre chronologique, le groupement des signes (traits verticaux, cailloux, noix de coco, doigts, etc), a certainement influencé, d'une façon directe, le groupement ou la base du système de numération.

Le système de référence le plus naturel correspond aux doigts de la main et peut impliquer de ce fait les groupements:

1° cinq doigts

2° dix doigts (deux mains)

3° dix doigts et dix orteils (mains et pieds)

Au départ ce système offre l'avantage non seulement de favoriser des groupements naturels et accessibles facilement mais il permet par la "position" des doigts de favoriser une distinction entre nombre cardinal et nombre ordinal.

D'autres systèmes utilisèrent des groupements différents par exemple douze, soixante, trois, etc . . . pour assurer un système de numération.

Ce qui importe par ailleurs n'est pas essentiellement le groupement utilisé mais plutôt les modes de formation des systèmes de numération. En bref deux types de systèmes existent: le système non positionnel et le système positionnel qui est postérieur au premier.

En général les civilisations qui utilisèrent un système positionnel (où la *"place occupée"* par le chiffre ou le symbole détermine la grandeur ou la valeur numérique) ont développé des procédés de calcul mieux structurés pour effectuer des opérations sur les nombres. Notre système à base dix est un système positionnel.[6] Avec l'existence des systèmes de numération nous pouvons maintenant poser le problème de l'existence des différents nombres connus: nombre naturel, nombre entier, nombre rationnel, nombre réel, nombre complexe, etc . . . Comment ces nombres connus apparaissent-ils dans l'évolution de la mathématique ?

(A suivre dans le prochain numéro)

---

(6) Sur l'évolution des systèmes de numération, voir par exemple: H.D. Allen, *"Understanding through number systems"*, Mathematics Teacher, Mars 1962, pp. 184-188; H. Eves, *"An Introduction to the History of Mathematics"*, Holt Rinehart & Winston, 3rd ed., New-York, 1969, chapter 1; L.L. Conant, *"The beginnings of counting"*, School Science and Mathematics, vol. 5, pp. 385-394.