"Le souci d'enseigner des techniques considérées comme essentielles fait oublier la formation de l'intelligence, mot fort vague englobant une foule d'activités mentales mal distinguées. Là est le drame de notre système; c'est dans les premières années de l'école que cette formation devrait avoir le plus d'importance, développement d'aptitudes, aptitudes à classer, organiser dans l'espace, dans le temps, des objets, des activités, des souvenirs, aptitude à imaginer, à combiner, aptitude à découvrir les relations, aptitude à coder, décoder, et, bref toute cette souplesse, cette agilité, cette ouverture qui sont à la base de toute discipline."

(Marcel Dumont, *Les mathématiques modernes. Temples et citadelles,* paru dans *Education Nationale,* 20 juin 1968).

E

FORMATION INITIALE EN MATHÉMATIQUE DES MAÎTRES DE L'ÉLÉMENTAIRE (projet à l'étude en France)*

LA MATHÉMATIQUE COMME INSTRUMENT DE CULTURE

La mathématique:

— en ce qu'elle est un outil de raisonnement;

— en ce qu'elle constitue une méthode de pensée et d'action;

— grâce au rôle privilégié qu'elle joue dans l'intelligence que nous avons du réel de quelque nature qu'il soit;

est un des éléments essentiels de la culture de l'homme contemporain.

Le bagage intellectuel de chacun doit donc comporter un minimum de notions fondamentales de mathématique. Par ailleurs, ce bagage ne doit pas consister, si l'on désire qu'il soit réellement moyen de culture, uniquement en une connaissance formelle de certaines structures mathématiques de base, il doit permettre de comprendre le rôle particulier joué par les mathématiques dans l'appréhension du monde dans lequel nous vivons et la maîtrise d'un certain nombre de ses phénomènes. Dans cette perspective, il est nécessaire d'abord de mathématiser des situations réelles. De leur comparaison se dégagera la notion de structures isomorphes puis de structure abstraite.

Ceci justifie déjà, pour tout futur maître de l'enseignement élémentaire, la nécessité d'une solide formation mathématique au niveau de l'Université: celui qui a

*Projet élaboré par la commission ministérielle Lichnerowicz chargé de faire des recommandations au gouvernement sur l'orientation et la réforme des programmes de mathématique, sur la formation initiale et la formation continue des enseignants en mathématique, à l'Elémentaire comme au Secondaire. Merci à Mme Nicole PICARD et à M. Marcel DUMONT de nous avoir communiqué des documents relatifs aux réunions du 16 juin 1969 et du 16 février 1970, dont nous présentons ici des extraits. (N.D.L.R.)

une responsabilité dans la formation de l'esprit des enfants doit, plus que tout autre, disposer pour lui-même de ce bagage minimum sans lequel il serait un sous-développé intellectuel dans le monde de demain.

LA MATHÉMATIQUE DANS LA FORMATION PROFESSIONNELLE DU FUTUR MAÎTRE

Dans le cadre de la réforme de l'enseignement des mathématiques, une importante mutation de l'enseignement au niveau élémentaire est nécessaire. Cette nécessité s'impose tant sur le plan des contenus que sur le plan des méthodes: les expériences entreprises depuis 5 ans montrent que l'enseignement élémentaire prend toute sa valeur de formation de l'esprit donnant à chacun — quel que soit le contexte socio-culturel dans lequel il vit — son développement optimum:

lorsqu'il permet de prendre conscience des possibilités de création, de maîtrise des situations proposées;

lorsqu'il donne l'occasion de constater que plusieurs situations diverses en apparence, relèvent en fait d'un même modèle, ont même structure;

lorsqu'il donne un moyen d'organiser les informations éparses et d'en tirer parti.

Par leur nature même les mathématiques sont un moyen de choix pour atteindre de tels objectifs. Mais il est bien évident que ces objectifs ne seront réalisés qu'à la seule condition d'utiliser des méthodes

suscitant l'initiative des élèves,

développant leurs capacités d'invention,

acceptant des solutions diverses (même si elles ne sont pas celles qui apparaissent les plus simples à l'adulte),

permettant à chacun par un travail individualisé de progresser au rythme qui lui est propre.

Or, ce changement de méthode (faire découvrir et non transmettre des connaissances d'une manière pré-organisée) nécessite pour le maître de dominer de façon très sûre la matière qu'il enseigne: il n'est pas possible de tirer parti d'une suggestion d'un élève si l'on ne voit pas de façon immédiate les prolongements possibles de cette suggestion. Le maître ne doit donc pas recevoir seulement une formation lui donnant la possession des bases mathématiques des notions qu'il doit faire acquérir à ses élèves mais aussi une formation telle qu'il domine les prolongements de ces notions (c'est ainsi que dans le programme proposé certaines notions telles que celle de produit scalaire, de continuité et de limites pourraient paraître inutiles dans la perspective où l'on considérerait qu'il suffit que le maître connaisse ce qu'il doit enseigner).

Un maître n'aura de liberté vis-à-vis de ce qu'il enseigne et en conséquence ne pourra accorder une autonomie à ses élèves qu'à la condition de dominer la matière enseignée. Cela nécessite en particulier *une réflexion sur la mathématique elle-même.* En effet, dans une perspective d'enseignement, l'acquisition des notions fondamentales de base est insuffisante : le maître ne doit pas être seulement quelqu'un qui sait calculer, bien résoudre des problèmes, qui sait reconnaître dans une situation telle ou telle structure, il doit être capable d'une réflexion sur la mathématique qu'il connaît, avoir pris conscience des relations que les structures mathématiques entretiennent entre elles : les différentes rubriques du programme ne doivent pas être perçues comme juxtaposées. Une telle réflexion permettra en particulier au maître, quelle que soit la classe dans laquelle il enseigne, d'avoir pleinement conscience de la place du jalon qu'il est en train de poser, elle pourra s'appliquer, par exemple, aux propriétés des structures construites sur N, Z, Q, bien qu'elles ne figurent pas explicitement au programme.

COMMENTAIRE SUR LE PROGRAMME

Ce programme a été élaboré compte tenu du fait de l'origine actuelle des élèves (Terminale A). Il est transitoire et est conçu comme une formation initiale permettant de tirer le parti le plus fructueux d'une formation continue ultérieure.

Il est rédigé de façon succinte de manière à ce que le responsable ait une grande liberté pour l'organisation de son enseignement. Afin d'obtenir une véritable formation, *il sera nécessaire de ne pas se contenter d'un enseignement magistral ni d'études systématiques et théoriques.* Il conviendra au contraire de considérer les rubriques du programme comme des *thèmes de réflexion.* L'étude de deux ou trois thèmes constituera l'essentiel de l'activité mathématique à promouvoir au cours des deux années de formation professionnelle.

Le contenu du programme a été déterminé sur motivation essentiellement pédagogique : les actuelles expérimentations d'enseignement établissent clairement que les processus d'appréhension et de pensée des jeunes enfants sont parfaitement adaptés à l'organisation des structures mathématiques simples et il serait fort préjudiciable qu'un instituteur ne maîtrise pas convenablement les notions premières et fondamentales qui figurent dans le programme qui suit.

PROGRAMME

1. Logique et ensembles finis

Ensembles finis. Cardinaux. Parties d'un ensemble fini. Relation d'équivalence; ensemble quotient; partition d'un ensemble fini.
Applications et dénombrements associés.
Connecteurs logiques; opérations logiques et opérations sur les ensembles; algèbre de Boole finie.
Notions sur l'utilisation des quantificateurs.

2. Ordres

Préordre.
Ordre partiel. Treillis.
Exemples d'ordres totaux.

3. Algèbre

Monoïde; relation d'équivalence compatible; monoïde quotient; monoïde ordonné.

Groupe; définition; groupe opérant sur un ensemble; groupes ordonnés; groupes cycliques; générateurs d'un groupe.
Exemples d'homomorphisme de groupes.
Anneaux; anneaux d'opérateurs. Corps.
Analyse des structures de N, Z, Q.
Systèmes de numération, anneau ordonné des nombres à virgule.
Divisibilité et congruences dans Z.

4. Algèbre linéaire

Espace vectoriel de dimension finie. Base. Sous-espace.
Application linéaire, matrices, exemples de calcul sur les n x p matrices notamment pour $n \leqslant 3$ et $p \leqslant 3$.
Somme directe et projections.
Produit scalaire et norme associée.
Notion d'espace affine.

5. Fonctions numériques

Réflexion sur les propriétés fondamentales de R (la construction de R ne sera pas traitée).
Application linéaire.
Continuité et limites de fonctions numériques.
Exemples de fonctions numériques (notamment fonctions en escalier, fonctions affines par morceau).

6. Mesure et Probabilités

Mesure définie sur une famille de parties d'un ensemble; additivité; encadrement.

Dans les cas finis, algèbre des événements; notion de probabilité.