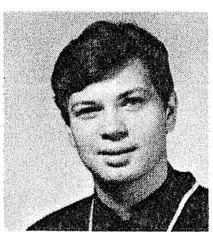
PREMIÈRE OLYMPIADE CANADIENNE DE MATHÉMATIQUE 28 MAI 1969

Tel qu'annoncé dans le dernier numéro du Bulletin, c'est en mai dernier que s'est tenue la première Olympiade canadienne de mathématique, organisée par la Société Mathématique du Canada. Les étudiants qui représentaient les diverses provinces avaient été choisis parmi les gagnants de concours provinciaux préliminaires (voir à ce sujet *"Concours mathématique du Québec (1969)"*, Bulletin de l'Association Mathématique du Québec, vol. XI, no 3).

Selon le bulletin "Notes" de décembre dernier, de la Société Mathématique du Canada, 187 candidats se sont présentés à cette Olympiade, dont 50 du Québec. Etaient éligibles les étudiants n'ayant pas encore complété 12 années de scolarité (13 ans dans le cas de l'Ontario), qu'ils soient inscrits au Secondaire, au CEGEP ou même à l'Université.

Les résultats de l'Olympiade se sont avérés très satisfaisants aux yeux des orgnaisateurs. Le premier prix de $6000. offert par l'International Nickel Company, a été remporté par *Karl A. STROM,* un étudiant de 12ième année de Sault-Ste-Marie. Le deuxième prix, de $1000., a été offert par la London Life Insurance Company. Pour sa part, la Société Mathématique du Canada a octroyé sept prix pour une somme totale de $2000.



Quatre québécois figurent parmi les vingt premiers lauréats de l'Olympiade, dont les jeunes *Noel REDDING* de la région de l'Estrie et *Serge HAMEL,* de l'Ecole secondaire Mgr Desmarais de Val d'Or. Serge s'est ainsi mérité une bourse d'études de $250. offerte par l'Association Mathématique du Québec grâce à la générosité de l'Assurance-Vie Desjardins et de La Sauvegarde.

Il convient de souligner le travail remarquable accompli par le Comité d'organisation de cette première Olympiade canadienne et en particulier par *M. Roland BROSSARD,* de l'Université de Montréal.

La seconde Olympiade canadienne se tiendra le 14 mai 1970. Un concours préliminaire aura lieu le 2 avril en vue de choisir les représentants du Québec à cette épreuve nationale.

QUESTIONNAIRE

1. Montrer que si $\dfrac{a_1}{b_1} = \dfrac{a_2}{b_2} = \dfrac{a_3}{b_3}$ et si p_1, p_2, p_3 ne sont pas tous nuls, alors:
$$\left(\frac{a_1}{b_1}\right)^n = \frac{p_1\, a_1^n + p_2\, a_2^n + p_3\, a_3^n}{p_1\, b_1^n + p_2\, b_2^n + p_3\, b_3^n}$$ pour tout entier positif n.

2. Sachant que le nombre c est plus grand que 1, montrer que l'un des deux nombres $\sqrt{c+1} - \sqrt{c}$ et $\sqrt{c} - \sqrt{c-1}$ est toujours plus grand que l'autre.

3. Soit c la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les deux autres côtés mesurent respectivement a et b. Montrer que $a + b \leqslant \sqrt{2}\, c$. Quand y a-t-il égalité?

4. Soit ABC un triangle équilatéral, et P un point quelconque intérieur au triangle. On abaisse les perpendiculaires PD, PE, PF sur les trois côtés du triangle. Montrer que, quel que soit P, $(PD + PE + PF) : (AB + BC + CA) = 1/2\sqrt{3}$.

5. Soit ABC un triangle dont les côtés sont de longueurs a, b et c. La bisectrice de l'angle C coupe AB en D. Montrer que la longueur de CD est $(2ab \cos \tfrac{1}{2}C) : (a + b)$.

6. Calculer la somme $1 \,.\, 1! + 2 \,.\, 2! + 3 \,.\, 3! + \ldots + n \,.\, n!$, où le symbole $n!$ est défini par $n! = n(n-1) \,.\, (n-2) \ldots 3 \,.\, 2 \,.\, 1$.

7. Montrer qu'il n'existe pas d'entiers a, b, c tels que $a^2 + b^2 - 8c = 6$.

8. Soit f une fonction possédant les propriétés suivantes:

   1) $f(n)$ est défini pour tout entier positif n,

   2) $f(n)$ est un entier,

   3) $f(2) = 2$,

   4) $f(mn) = f(m) \,.\, f(n)$ quels que soient m et n,

   5) si $m > n$, $f(m) > f(n)$, quels que soient m et n.

   Montrer alors que $f(n) = n$, pour tout entier positif n.

9. Montrer que si un quadrilatère est inscrit dans un cercle de rayon 1, la longueur de son plus petit côté est inférieure ou égale à $\sqrt{2}$.

10. Soit ABC un triangle isocèle rectangle en C et dont chaque côté de l'angle droit est de longueur 1. D'un point P de l'hypoténuse, on abaisse les perpendiculaires PQ et PR sur les deux autres côtés. On considère les aires des triangles APQ et BPR, et l'aire du rectangle QCRP. Montrer que, quel que soit P, la plus grande de ces trois aires est supérieure ou égale à 2/9.