



*"A l'égard des générations futures, nous avons l'impérieux devoir de leur transmettre ce qu'il y a de plus vivant, de plus fécond dans la Science actuelle: nous ne pouvons prévoir exactement ce que sera la Science qu'ils feront, mais nous pouvons les armer de notre mieux en leur donnant la plus grande agilité et la plus grande disponibilité d'esprit possible."*

(André Revuz)

## **DÉMOCRATISATION DE L'ENSEIGNEMENT DE LA MATHÉMATIQUE**

par Paul FILION,  
Ecole polyvalente  
André Laurendeau, Chambly

### **RÉFLEXIONS PRÉLIMINAIRES**

#### **La démocratisation des échecs en mathématique au cours secondaire.**

Presque tous les enfants de notre société accèdent maintenant à des études secondaires. Phénomène unique, aussi loin que nous puissions reculer à travers les siècles...

Comment la pédagogie s'est-elle adaptée à ce phénomène? De quelle façon les maîtres et les outils d'apprentissage ce sont-ils transformés sous la poussée de ce raz de marée populaire dans nos écoles?

Si on fait la genèse de nos programmes et de nos manuels actuels dans les écoles secondaires, on constate qu'ils ont été conçus pour une élite, celle qui a précédé l'actuelle vague, puis étendus, sans modifications radicales, à toutes les classes quels que soient le stade d'évolution de la pensée et la forme de l'intelligence de ceux auxquels on s'adresse. Pour tous ces élèves qui sont réfractaires à nos outils et méthodes d'apprentissage, on conçoit des "voies allégées". Si on y regarde de près, il nous semble que les objectifs conservés dans ces voies se résument à une certaine mécanisation, un dressage "mathématique" de l'intelligence. Cette attitude se concentre dans la remarque pessimiste: "Si on ne peut leur apprendre à raisonner, apprenons-leur au moins à calculer exactement". Voilà une voie "allégée", une façon un peu paresseuse, donc naturelle, de se débarrasser du problème fondamental de la pédagogie moderne.

Or, il semble bien que l'on assiste à la démocratisation des échecs en mathématique. On n'atteint, chez l'ensemble de nos étudiants, ni le palier de la compréhension, ni les mécanismes du calcul.

### **La démocratisation des concepts unificateurs de la mathématique.**

La réforme de notre enseignement des mathématiques s'opère surtout au niveau du contenu des programmes. Phénomène naturel des découvertes du siècle dernier qui font leur descente graduelle dans le milieu...

Il fut un temps (ce temps est-il passé?) où l'étudiant entrait au collège pour faire de l'"*Algèbre*" et de la "*Géométrie*". Ces deux disciplines se développaient d'une façon indépendante l'une de l'autre, se fusionnaient en "*Géométrie analytique*", débouchaient sur le "*Calcul*". On faisait, en bordure de cette route, de la "*Trigonométrie*", des "*Logarithmes*", de la "*Règle à Calcul*" et des "*Vecteurs*". A la fin de ce long périple sur ce bateau périlleux (combien ont "coulé"!), après cette sélection naturelle répartie sur huit années, ceux que le hasard avait conservés se présentaient armés pour l'étude des sciences physiques.

Mais la masse de nos élèves du cours secondaire ne débouchera pas dans les écoles de génie. Par ailleurs, cette masse d'étudiants aura à s'adapter d'une façon continue au monde changeant de la technologie moderne. Heureusement pour eux, les mathématiques se sont unifiées sous les concepts d'ensemble, de relation et de structure. L'essentiel n'est plus de savoir résoudre telle ou telle espèce de problèmes mais d'apprendre à mathématiser des situations et d'en arriver aux structures-outils de la mathématique d'aujourd'hui.

On n'a pas encore suffisamment exploré cette voie d'apprentissage. Cependant, les travaux de Piaget mettent en évidence une correspondance exacte entre le développement de l'intelligence et celui des structures logico-mathématiques. Ne serions-nous pas alors, par cette voie, à la porte de la démocratisation de l'enseignement de la mathématique?

### **QUELQUES PRINCIPES DE DÉMOCRATISATION**

Je soumets ici à votre discussion quelques principes qui devraient, à mon avis, présider à la réforme entreprise dans nos programmes de mathématique pour en arriver à la démocratisation de l'enseignement.

#### *1. Mettre l'accent sur la réforme pédagogique*

Si, plutôt que de concentrer notre attention sur la réforme du contenu du programme, on se mettait à l'oeuvre pour une réforme de la pédagogie, on en arriverait de toute manière à la transformation du contenu. En effet, selon une remarque judicieuse de Dienes, *le processus d'acquisition (des connaissances) n'est pas un processus logique mais un processus psychologique*. En présentant un programme de mathématique logiquement structuré, on résout un problème de logique mais non nécessairement un problème pédagogique. Cette logique ne respecte peut-être pas les étapes naturelles de la construction des structures mathématiques à acquérir.

## 2. *Faire usage d'un matériel structuré*

Pour mathématiser un univers, il faut d'abord agir sur lui, entrer en interaction avec lui. On a trop tendance, au niveau secondaire, à dédaigner cette condition essentielle à la formation de la pensée mathématique. Si un univers ne nous est pas familier, seule une manipulation de cet univers peut présider à une pensée pré-verbale à son sujet. Un matériel est dit structuré relativement à une notion mathématique lorsqu'il est un modèle de cette notion.

Dans la présentation d'une notion mathématique, le rôle du professeur consisterait donc d'abord à trouver des situations familières structurées relativement à cette notion. Si ces situations ne sont pas suffisamment nombreuses ou variées, il lui serait nécessaire alors de créer le matériel structuré complémentaire.

Après avoir assisté les élèves dans la manipulation de ces matériels, le professeur devrait présider au dégagement de la notion, en la faisant passer de sa forme pré-verbale à une expression semi-concrète et jusqu'au stade de l'expression formelle. C'est ainsi que la mathématique doit sortir comme un langage vivant sur des situations vivantes.

## 3. *Donner à la mécanisation la place qui lui revient*

La mécanisation dans un système de numération et dans des systèmes de nombres ne doit pas être l'objectif premier de l'enseignement. En ce sens, ils faut peut-être nous arracher à ce que nous savons le mieux faire ou, du moins, à ce à quoi nous nous sommes le plus exercés.

La plupart des gens qui participent à notre civilisation ne savent pas que le système de numération qu'ils utilisent repose sur une base arbitraire, bien qu'imposée par l'évolution. Ils sont prisonniers de ce système. De même, celui qui ne possède pas les structures de groupe, d'anneau et de corps est prisonnier de son calcul dans tel-système-de-nombres.

L'acquisition d'une structure s'appuie sur la variabilité des situations étudiées. Une structure n'est-elle pas ce qui demeure invariant sous des transformations? Ce principe de variabilité est une condition nécessaire pour parvenir au transport d'une structure et au concept d'isomorphisme.

Ce n'est que lorsque l'on s'évalue capable de transporter une structure acquise d'un univers à un autre qu'il devient alors intelligent, pour fin de commodité, de se mécaniser à l'intérieur d'un modèle particulier de cette structure.

*"A l'heure actuelle, la plupart des gens trouvent les manipulations mathématiques difficiles à apprendre parce que, dans l'ensemble, ils ne savent pas ce qu'ils sont en train de manipuler."*<sup>(1)</sup>

---

(1) Z.P. Dienes, *Comprendre la mathématique*, O.C.D.L. / Education Nouvelle, 1965.

#### 4. *Introduire le raisonnement mathématique d'une façon graduée et naturelle*

L'expérience de la puissance du raisonnement mathématique ainsi que celle du développement d'une théorie axiomatique ne devraient pas se faire avant que l'étudiant ne soit parvenu aux concepts mathématiques nécessaires pour que son expérience ne soit pas une pure manipulation de symboles. Si, pour de très courtes étapes, au cours du premier cycle du cours secondaire, le processus d'acquisition de certaines propositions devait emprunter la seule voie de la logique, il faudrait alors se hâter de faire l'articulation des conclusions obtenues avec leurs domaines d'application.

*“Le reproche essentiel que l'on peut faire à l'enseignement “traditionnel” est de réduire toute la mathématique à la simple déduction.”*<sup>(2)</sup>

#### 5. *Sortir des ornières “Algèbre élémentaire” et “Géométrie”*

C'est devenu un truisme, mais il faut le répéter encore. Nos manuels nous disent trop bien jusqu'à quel point nous sommes attachés au contenu traditionnel de ces deux titres. La mathématique offre à l'élève du cours secondaire des champs d'exploration fort nombreux et propres au développement et à la mise en application des concepts unificateurs de la mathématique. Dès le premier cycle du Secondaire, l'étudiant pourrait aborder les domaines de la combinatoire, des probabilités, des statistiques, de la programmation linéaire, des structures algébriques de groupe et d'anneau ordonné.

#### 6. *Concevoir le programme comme un cadre d'évolution continue*

Jusqu'à maintenant, on a conçu les programmes d'enseignement comme des cadres où sont fixées ligne à ligne les différentes notions à présenter ainsi que la manière de les présenter. Ces programmes se sont incarnés dans des manuels qui nous ont imposé leur pédagogie. C'est ainsi que notre pédagogie s'est cristallisée dans un “page-à-page”, s'est installée sur une voie unique et étroite.

En plus de scléroser le milieu enseignant, une telle mise en boîte de la créativité freine l'évolution naturelle de l'enseignement.

### **DÉCOUPAGE DU PROGRAMME DE SECONDAIRE 1 ET 2**

Mais voici que le ministère de l'Éducation présente un programme-cadre pour les classes de secondaire 1 et 2. Profitant de cette porte de liberté que nous ouvre le ministère, je voudrais présenter maintenant un découpage de matières qui serait de nature, je crois, à favoriser l'amélioration continue de l'enseignement de la mathématique au premier cycle du Secondaire.

---

(2) A. Revuz, *Mathématique moderne, mathématique vivante*, O.C.D.L. / Education Nouvelle, 1965.

Ce découpage se présente en quatorze tranches d'une durée approximative de trente heures chacune pour des élèves de rythme moyen. Le contenu de l'ensemble de ces tranches recouvre entièrement les exigences du programme de transition<sup>(1)</sup> et du programme moderne<sup>(2)</sup> présentés par le ministère. De ces quatorze tranches, seules les huit premières sont considérées comme base de promotion de l'élève, les six autres sont des facteurs d'évolution.

- Tranche I.* Notion d'ensemble. Opérations sur les ensembles et leurs propriétés. Inclusion, égalité. Partition d'un ensemble.
- Tranche II.* Relations. Produit cartésien. Réciproque d'une relation. Fonctions. Composition.
- Tranche III.* Propriétés des relations dans un ensemble: réflexivité, symétrie, transitivité, anti-réflexivité, anti-symétrie. Ordres et équivalences.
- Tranche IV.* Cardinalité. L'ensemble des nombres naturels. Propriétés de l'addition et de la multiplication dans l'ensemble des nombres naturels. Ordre et addition. Divisibilité. Systèmes de numération.
- Tranche V.* L'anneau ordonné des entiers. Calculs dans cet anneau. Equations et inéquations. Fonctions.
- Tranche VI.* Mesures et repérages: l'axe des nombres réels; le groupe ordonné des réels. Notion de mesure. Mesures de longueur, de surface, de volume, d'arc, d'angle, de rotation, etc. Systèmes de mesure. Systèmes d'axes. Diagrammes statistiques.
- Tranche VII.* Le corps ordonné des nombres rationnels. Calculs, fonctions, équations et inéquations dans ce corps.
- Tranche VIII.* Plan, points et droites. Parallélisme et perpendicularité. Demi-plans, demi-droites, segments; mesure de segments, congruence de segments; angles, mesures d'angles, congruence d'angles. Congruence de triangles. Bissectrices et points milieux. Parallélogrammes.
- Tranche IX.* Le langage logique. Particules "et", "ou", "si..., alors...", "... si et seulement si...". Variables, formes propositionnelles et ensembles de solutions. Quantificateurs.
- Tranche X.* Groupes et anneaux. Groupes de permutations d'un ensemble. Groupes de classes résiduelles. Groupes des rotations et des symé-

(1) Cf. *Nouveau programme de mathématique pour l'enseignement secondaire*, division de la Mathématique, ministère de l'Éducation, mars 1969. (N.D.L.R.)

(2) Cf. *Projet du programme moderne (Secondaire 1 à 5)* (première version), ministère de l'Éducation, janvier 1969.

tries du carré, du triangle équilatéral. Anneaux de classes résiduelles modulo un nombre premier. L'anneau des entiers relatifs. Isomorphismes. Transports de structures.

*Tranche XI.* Organigrammes, programmation, circuits, graphes, description de tâches.

*Tranche XII.* Combinatoire, suites, progressions, notion de probabilité.

*Tranche XIII.* Plan affiné. Parallélisme et perpendicularité. Projections parallèles. Ordre sur la droite.

*Tranche XIV.* Equipollence. Groupes de translations. Groupes des vecteurs. Le plan pointé. La droite pointée ordonnée. Graduations de la droite  
Le groupe ordonné des réels.

### **AVANTAGES DE CE DÉCOUPAGE**

- Selon l'audace et la compétence du milieu, on choisira dans les écoles parmi les tranches IX à XIV, celles qui leur conviennent le mieux. Ces tranches demeurent un défi pour les professeurs et un appel à une amélioration continue de leur compétence et de leur pédagogie.
- Ce découpage favorise une promotion semestrielle des élèves. Un élève moyen pourrait couvrir trois tranches de matière en un semestre.
- Cette promotion semestrielle permettrait une amélioration accélérée des programmes. On pourrait y faire des injections nouvelles deux fois par année.
- La promotion basée sur des concepts considérés comme essentiels et effectuée d'une façon semestrielle résoudra le problème de l'intégration des élèves qui ont à changer d'écoles pendant l'année scolaire.
- L'intersection du cours moderne et du cours de transition est si large au premier cycle du Secondaire qu'il existe une réorientation possible à ce niveau.
- Ce découpage n'est ni l'intersection ni la réunion de tables de matières de manuels scolaires. Il oblige ainsi les professeurs à se poser le problème de la pédagogie.

Je termine en faisant remarquer que ce découpage ne constitue pas la démocratisation de l'enseignement de la mathématique. Il souhaite simplement être un cadre de liberté, un terrain d'évolution où l'on essaie de porter jusqu'à la masse ces structures de la pensée mathématique sur lesquelles s'édifient les sciences modernes.

### *Références*

ADLER, Irving, "Initiation à la mathématique d'aujourd'hui", O.C.D.L., Paris, 1964.

DIENES, Z.P., "Comprendre la mathématique", O.C.D.L., Paris, 1965.

FLETCHER, T.J., "L'apprentissage de la mathématique, aujourd'hui", O.C.D.L., Paris, 1966.

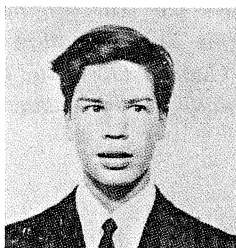
REVUZ, André, "Mathématique moderne, mathématique vivante", O.C.D.L., Paris, 1965.

---

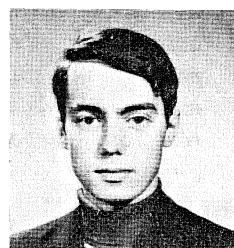
### **Gagnants du Concours Mathématique du Québec (1969)**



**M. Michel Vadnais  
premier prix**



**M. J.-Paul Brassard  
deuxième prix**



**M. Daniel Demers  
troisième prix**