



"Voyez-vous, dans la vie, il n'y a pas de solutions. Il y a des forces en marche: il faut les créer, et les solutions viennent."

(Antoine de Saint-Exupéry, *Vol de nuit*)

OBSERVATIONS SUR LA RÉFORME DE L'ENSEIGNEMENT DE LA MATHÉMATIQUE

N.D.L.R. Voici la première partie du rapport d'un stage d'études en France, en Belgique et en Angleterre, réalisé en mai 1967 par un groupe de délégués québécois, dirigé par M. Michel Girard, chef de la division de la Mathématique au ministère de l'Éducation. Nous remercions vivement M. Girard, qui a bien voulu permettre la publication de ce rapport.

PREMIÈRE PARTIE:

LA RÉFORME DE L'ENSEIGNEMENT DE LA MATHÉMATIQUE

On admet généralement que la réforme de l'enseignement de la mathématique déjà amorcée dans plusieurs pays du monde doit porter à la fois sur deux aspects complémentaires: *le contenu des programmes* et *la méthodologie*. C'est à l'importance plus ou moins grande attachée à chacun de ces aspects que l'on peut attribuer les différences de conception et d'orientation observées, durant notre voyage d'étude, dans la modernisation de l'enseignement de la mathématique ainsi que dans les recherches et expériences en cours. Ces différences, particulièrement remarquables dans le cas de la France et de la Belgique d'une part, et de l'Angleterre d'autre part, sont probablement une conséquence de philosophies de l'éducation radicalement distinctes.

La réforme du contenu des programmes de mathématique

AU NIVEAU ELEMENTAIRE, les programmes traditionnels en vigueur dans la plupart des pays portent sur le calcul et les mesures usuelles ainsi que sur leurs applications à la vie courante. Quelques chercheurs (Dienes, Rosenbloom,

Suppes, etc.) poursuivent actuellement des travaux ¹ visant à introduire à ce niveau des activités qui donneraient aux enfants un bagage d'expériences concrètes et variées sur des sujets comme: les ensembles et les relations, les bases de numération, la géométrie, la logique, l'algèbre, les structures mathématiques, les probabilités et la statistique, etc.

A Paris, nous avons visité quelques-unes des classes où madame Nicole Picard, chargée de recherches à l'Institut Pédagogique National, expérimente depuis plus de quatre ans un programme moderne de mathématique ². Dans ce programme, on insiste en particulier sur l'apprentissage, au niveau concret, des notions arithmétiques, logiques et géométriques les plus fondamentales, ainsi que sur la mise en évidence de notions et de structures mathématiques importantes: opérateurs, relations d'équivalence et d'ordre, groupes, etc.

A Bordeaux, nous avons également pris connaissance des travaux que poursuit une équipe animée par monsieur Guy Brousseau en vue d'implanter dès la maternelle, dans la ville et les régions avoisinantes, un programme de mathématique entièrement restructuré ³. Le contenu du programme est essentiellement celui de l'expérience de madame Picard, malgré des philosophies qui diffèrent à certains points de vue.

En Belgique, une réforme vient d'être amorcée au niveau élémentaire. Monsieur Georges Papy nous a en effet appris que le Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique entreprenait à partir de septembre 1967 l'expérimentation d'un programme moderne de mathématique à ce niveau ⁴.

En Angleterre, nous avons constaté dans les classes visitées une grande variété dans les sujets au programme. En plus du calcul et des mesures usuelles, nous avons relevé ici ou là: l'étude des bases de numération; l'étude de "patterns"

1. Pour avoir une vue d'ensemble des recherches en cours et des diverses tendances de la réforme de l'enseignement mathématique à l'élémentaire, on pourra consulter le rapport *Mathematics in Primary Education (Learning of Mathematics by Young Children)*, rédigé par Z.P. Dienes (UNESCO, Hambourg, 1966).
2. Des comptes-rendus détaillés de cette expérience ont été publiés dans les numéros 26 (mars 1966) et 31 (1967) du *Courrier de la Recherche Pédagogique*. On pourra consulter également l'article de madame Picard: *Au XXe siècle, compter ne suffit plus*, dans le numéro de juin 1966 du *Courrier de l'UNESCO*, son livre *Des Ensembles à la Découverte du Nombre* (OCDL, Paris, 1967) et sa série de quatre cahiers *A la conquête du Nombre* (OCDL, Paris, 1967). Un programme pour les premières années du cours primaire, s'inspirant des travaux de madame Picard et de monsieur Dienes, a été proposé par l'Association des Professeurs de Mathématique de France à une commission ministérielle en 1965. Il a été publié dans le *Bulletin de l'A.P.M.*, en 1965, aux pages 521 à 525.
3. Des comptes-rendus périodiques de ces travaux sont publiés dans les *Cahiers de Liaison* du Centre Régional de Documentation Pédagogique de Bordeaux.
4. Des livres intitulés *L'enfant et les graphes* (Didier, Bruxelles, 1968) et *Minicomputer* (IVAC, Bruxelles, 1968) ont été écrits par Papy sur le contenu du programme expérimenté durant 1967-68 en première année du cours élémentaire.

arithmétiques ou géométriques; l'observation et l'accumulation de données, suivies de leurs représentations au moyen d'une table ou d'un histogramme; l'étude de phénomènes et la représentation graphique de relations simples qu'elle suggère; l'observation et la construction de figures et de solides divers; l'étude des plus importantes transformations géométriques et de leurs invariants; etc.⁵ Cette variété est due à la très grande liberté laissée à chaque école de ce pays dans le choix des programmes, des manuels et des matériels utilisés. D'une façon générale, nous avons observé dans l'enseignement le souci de maintenir une interaction du monde réel et des notions mathématiques qu'on en abstrait, ainsi qu'une certaine réticence à la systématisation des sujets à l'étude.

AU NIVEAU SECONDAIRE, la nécessité de moderniser le contenu des programmes a été soulignée à plusieurs reprises; des expériences ont été mises en marche pour y arriver, il y a plus d'une quinzaine d'années. Des recommandations ont été faites par des commissions internationales et nationales sur les exigences pédagogiques et le contenu d'un programme de mathématique adapté aux besoins du monde moderne⁶. En général, on insiste sur la présentation, à l'aide de notions ensemblistes, d'une mathématique unifiée et sur l'introduction de matières dont l'enseignement était jadis réservé au niveau collégial ou universitaire. Mais par suite de divergences radicales dans la philosophie de l'éducation et de conceptions diverses de la mathématique même, le contenu et la structuration des programmes diffèrent quelquefois sensiblement d'un pays à l'autre.

En Belgique, par exemple, le professeur Papy et ses collaborateurs ont expérimenté à tous les niveaux du Secondaire un programme de mathématique

-
5. Les publications suivantes pourront donner une idée du genre d'activités suggérées aux maîtres britanniques pour introduire ces sujets :
- *Mathematics in Primary Schools. Curriculum Bulletin No. 1*, Schools Council, Her Majesty's Stationary Office, London, 1965;
 - les guides pour les maîtres du Nuffield Mathematics Project publiés chez John Murray, London: *I do and I understand* (1967); *Beginnings* (1967); *Mathematics begins* (1967); *Shape and size*, 2 (1967); *Shape and size*, 3 (1968); *Pictorial representation* (1967); *Computation and structure*, 2 (1967); *Computation and structure*, 3 (1968).
 - la revue *Mathematics Teaching* de l'"Association of Teachers of Mathematics" d'Angleterre.
6. Il faut citer par exemple les rapports
- de la Cambridge Conference on School Mathematics (*Goals for School Mathematics*, Houghton Mifflin Company, Boston, 1963);
 - de la Southampton Conference (*On Teaching Mathematics*, Pergamon Press, 1961);
 - du College Entrance Examination Board (New York, 1959);
 - de rencontres internationales organisées par l'Organisation Européenne de Développement Economique: *Mathématiques nouvelles* (OECE, Paris, 1961); *Un Programme moderne de mathématiques pour l'enseignement secondaire* (OECE, Paris, 1961); *Mathématiques modernes — Guide pour Enseignants* (OECE, Paris, 1965).
 - de l'UNESCO: *Nouvelles tendances dans l'enseignement des mathématiques* (Paris, 1966);
 - du rapport de représentants de cinq pays du nord de l'Europe: *New School Mathematics in the Nordic Countries* (Stockholm, 1967).

entièrement rénové⁷. Dans ce programme mis au point par le Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique, on met l'accent sur l'enseignement d'une mathématique "conceptuelle" et fortement unifiée par la mise en évidence de structures fondamentales. Ces dernières servent d'éléments moteurs à la construction des théories mathématiques. A l'aide d'un langage et d'une pensée ensemblistes, on procède à une formalisation et à une axiomatisation progressives de ces théories. On étudie ainsi: le corps des nombres réels; le plan euclidien comme espace vectoriel topologique à produit scalaire euclidien; des éléments d'algèbre linéaire; des éléments de calcul différentiel et intégral; la géométrie analytique dans l'espace, des éléments de probabilités et de statistique; etc.

A l'occasion de leçons auxquelles nous avons assisté à Bruxelles, Morlanwelz, Binche et La Louvière, nous avons pu apprécier le dynamisme et la conviction des maîtres engagés dans la réforme déjà amorcée dans bon nombre d'écoles belges. Nous avons été frappés, en particulier, par le travail accompli dans leurs écoles par MM. Servais et Delmotte, collaborateurs durant deux ans au plan de recyclage en mathématique des maîtres du Secondaire au Québec.

En France, malgré quelques expériences isolées, ce n'est que tout récemment que l'on a décidé de systématiser la modernisation de l'enseignement de la mathématique à partir de la première année du Secondaire. En effet, devant l'urgence d'une réforme et à la suite d'une action soutenue de l'Association des Professeurs de Mathématique, le Ministre de l'Education Nationale nommait en 1967 la Commission Ministérielle sur l'Enseignement des Mathématiques, présidée par monsieur André Lichnérowicz⁸. Cette Commission a élaboré un plan visant à transformer parallèlement, par vagues successives, les programmes de mathématique des premier et second cycles du cours secondaire, et à permettre simultanément le recyclage progressif des maîtres enseignant à ces niveaux. Cela sera rendu possible, en particulier, par la création d'"Instituts de Recherches sur l'Enseignement des Mathématiques" et de classes pilotes répartis dans toute la France, ainsi que par la production d'émissions télévisées particulièrement adaptées aux besoins.

Pour faire suite aux recommandations de la commission Lichnérowicz, des équipes étaient déjà au travail au moment de notre passage en France. On avait

7. On peut consulter les oeuvres bien connues du professeur Papy, en particulier la série *Mathématique Moderne* (tomes I, II, VI, etc.), publiée chez Didier à Bruxelles, la collection "Frédérique" des Presses Universitaires de Bruxelles et de nombreux articles parus dans la revue *Mathematica Paedagogia* de la Société Belge des Professeurs de Mathématiques.

8. On lira avec intérêt deux interviews que monsieur Lichnérowicz a accordées aux journalistes de l'Express:

• *On ne vit plus sans mathématiques*, dans le numéro du 26 juin 1967,

• *Celui qui veut tout changer*, dans le numéro du 8 janvier 1968.

Par ailleurs, on pourra retrouver les principales recommandations de la Commission présidée par M. Lichnérowicz dans le Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématique de France, en 1967.

préparé le programme qui allait être expérimenté dès septembre 1967 dans des classes-pilotes de la première année du Secondaire. A Paris, Lyon, Strasbourg, Poitiers et Marseille, les groupes constitués en vue de cette expérimentation conservaient toutefois une certaine liberté dans l'élaboration plus détaillée de ce programme et dans son application. Nous avons eu le plaisir d'assister à une réunion de l'équipe de Lyon qui est animée par monsieur Maurice Glaymann, maître-assistant à l'Université. Cette réunion avait justement pour but de mettre au point le programme qui allait être enseigné dans les classes pilotes lyonnaises. Un peu plus tard, les quatre autres équipes se sont regroupées à Sèvres dans un but analogue, lors de journées d'étude auxquelles nous avons aussi participé.

En Angleterre, la modernisation du contenu des programmes du Secondaire semble porter, pour l'instant, sur une présentation améliorée des sujets traditionnels et sur l'addition de matières telles que: les bases de numération; l'étude de transformations géométriques; des éléments de programmation linéaire, de statistique et probabilités, d'analyse numérique; l'étude des vecteurs et des matrices; une introduction à l'informatique; etc. L'utilisation du langage ensembliste aide à mettre graduellement en évidence l'unité de la mathématique et la présence d'une même structure mathématique dans des situations variées. Cependant, en général, la formalisation des sujets au programme n'est pas considérée comme un objectif de l'enseignement au Secondaire; souvent on se contentera d'en faire une étude intuitive et une axiomatisation localisée. Ajoutons que, selon la tradition britannique, la construction des concepts mathématiques se justifie constamment par leurs origines concrètes et par leurs applications diverses au monde réel.

Influencé par cette philosophie, le School Mathematics Project, dont nous avons visité des classes expérimentales, présente dans ses manuels⁹ un contenu nettement plus riche que celui des programmes traditionnels britanniques. L'ordre de présentation des sujets échappe cependant à la rigueur habituelle des programmes français ou belges. De son côté, le Midlands Mathematical Experiment, dont nous avons aussi visité des classes, concentre surtout ses efforts sur une réforme de la didactique de la mathématique. Dans son programme, plutôt traditionnel de contenu, nous avons noté l'idée intéressante de développer la géométrie euclidienne à partir de la notion de vecteur¹⁰.

9. Le School Mathematics Project achève la publication de deux séries, l'une de quatre et l'autre de cinq manuels. On peut se procurer ces ouvrages chez Cambridge University Press.

10. On peut se procurer les manuels et les rapports du Midlands Mathematical Experiment chez George G. Harrap & Co. Ltd., London.

La réforme de la didactique de la mathématique

Plusieurs artisans de la modernisation de l'enseignement de la mathématique soutiennent qu'une réforme de la didactique s'impose au même titre qu'une réforme du contenu des programmes et qu'elle est même une condition indispensable à un enseignement efficace.

AU NIVEAU ELEMENTAIRE, on cherche de plus en plus à centrer l'enseignement sur les besoins de l'enfant et à mettre l'accent sur la compréhension. On prône généralement un enseignement plus individualisé et faisant fréquemment appel à l'activité de l'enfant dans la découverte et dans la construction des concepts mathématiques. On désire également favoriser l'apprentissage davantage raisonné des algorithmes, tout en minimisant le rôle de la mémoire et le dressage. Il va sans dire que de tels changements ne sont pas réalisables sans une transformation profonde dans l'attitude des maîtres; ceux-ci doivent être fortement convaincus de l'efficacité d'un enseignement actif et individualisé. Ces changements peuvent aussi nécessiter une réorganisation de la classe, le regroupement des élèves par équipes, la fabrication de fiches de travail pour les enfants, etc. Enfin, une telle réforme doit s'accompagner d'une conception nouvelle du rôle des programmes, des examens et des manuels.

En Angleterre, dans des classes expérimentales du Leicestershire et de Londres, nous avons vu de remarquables exemples d'une didactique moderne de la mathématique à l'Elémentaire. Grâce à un regroupement fonctionnel des élèves et à l'utilisation de fiches de travail, les enfants procédaient, selon des rythmes différents, à des activités diverses: jeux mathématiques, manipulations de matériels, mesures, construction d'histogrammes ou de figures géométriques, etc. Equipée d'une grande variété de matériels didactiques, la classe ressemblait à un véritable chantier où les enfants apprenaient la mathématique avec joie et intérêt.

En Belgique, nous avons eu l'occasion de voir à l'oeuvre une classe utilisant le matériel Cuisenaire et d'apprécier l'importance accordée à la recherche individuelle des enfants.

En France, madame Picard nous a parlé de la réforme profonde qui s'impose dans la didactique de la mathématique. Elle nous a dit qu'elle insistait auprès des maîtres de l'Elémentaire sur la nécessité d'un enseignement moins autoritaire, sur une organisation plus souple de la classe, sur un appel fréquent à des activités ludiques, ainsi que sur la découverte et la construction des notions mathématiques par les enfants eux-mêmes. Tout en appliquant les principes d'une théorie de l'apprentissage formulée par Dienes¹¹, elle accorde aussi une grande importance à

11. Voir le chapitre 2 du livre de Z.P. Dienes: *La construction des mathématiques*, P.U.F., 1966.

l'élaboration dès le niveau primaire d'un langage graphique grâce auquel les enfants puissent exprimer et découvrir plus facilement des relations entre les notions apprises.

AU NIVEAU SECONDAIRE, plusieurs spécialistes ont souligné l'importance de renouveler la didactique de la mathématique si l'on veut permettre l'apprentissage efficace d'un contenu moderne.

En France, monsieur Lichnérowicz, président de la "Commission ministérielle sur l'enseignement des mathématiques", déclare par exemple ¹²: "Il ne s'agit même pas de changer fondamentalement les programmes. Tout au plus, de les simplifier. [...] *Toute la révolution tient dans la manière d'enseigner.*" Poursuivant, il énumère quelques principes à la base de cette réforme: "Première consigne: *substituer l'intelligence au dressage.* [...] Deuxième principe: *ne jamais tricher avec la logique de l'enfant*: le grand coupable, ici, est Euclide, qui a le tort, selon les mathématiciens modernes, de ne pas être aussi rigoureux qu'on l'imaginait [...] Et lorsque Euclide n'arrive pas à démontrer son théorème, il triche, en jouant sur l'évidence de la figure. Par exemple, pour les cas d'égalité des triangles. Pourquoi l'élève n'en ferait-il pas autant ? [...] Troisième point, aussi important: *le recours systématique aux méthodes actives.* [...] Intelligence, rigueur, invention. Voilà l'essentiel de la révolution, beaucoup plus que tel ou tel jargon prétentieux."

En Belgique, monsieur Georges Papy prétend de son côté que seule une didactique renouvelée assurera un enseignement efficace du programme en apparence très abstrait que propose le C.B.P.M. Il préconise plus particulièrement: *une pédagogie des situations* faisant appel à l'activité des étudiants; l'usage parallèle des formes verbale, écrite et graphique du langage ensembliste; une *démarche définissante et axiomatisante* précédant toujours l'introduction de définitions ou d'axiomes nouveaux; l'axiomatisation et la formalisation progressives des théories mathématiques à l'étude; etc.

A propos de l'Angleterre, nous avons déjà eu l'occasion de décrire brièvement la conception de l'enseignement de la mathématique telle qu'elle nous est apparue chez de nombreux maîtres: allers et retours fréquents entre le monde réel et les concepts mathématiques; réticence à la formalisation et à l'axiomatisation globale de théories au cours secondaire; etc.

(à suivre)

12. Les citations qui suivent, dont nous avons mis quelques passages en italiques, sont tirées de l'article *On ne vit plus sans mathématiques*, aux pages 29 et 30 du numéro du 26 juin 1967 de la revue L'Express.