PROBLEMES DE RECREATION MATHEMATIQUE

1. Pierre, Charles et Paul sont mariés. Les épouses ont comme prénom, Hélène, Claire et Louise. Chaque couple a un fils. Les prénoms des trois garçons sont Gilles, Henri et Yves.

   Paul n'est ni l'époux de Louise, ni le père de Henri. Hélène n'est ni la femme de Charles, ni la mère de Gilles.

   Si le père de Gilles est Charles ou Paul, alors Louise est la mère de Yves.

   Si Louise est la femme de Charles, Claire n'est pas la mère de Gilles.

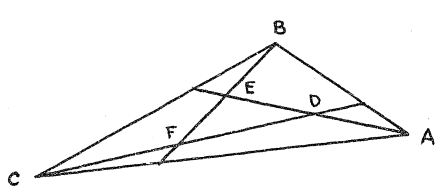
   Reconstituer les 3 familles.

   Rép.: Pierre, Louise et Gilles
   Charles, Claire et Henri
   Paul, Hélène et Yves.

2. Soient deux joueurs A et B. Le joueur A choisit un nombre quelconque ≤ 10. Le joueur B choisit à son tour un nombre ≤ 10 et l'ajoute au précédent. Et ainsi de suite à tour de rôle. Le vainqueur est celui qui le premier atteint 100. En quoi consiste le secret de la victoire.

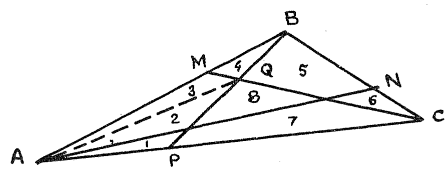
3. Résoudre: DO + RE = MI
   FA + SI = LA
   RE + SI + LA = SOL.
   (Deux solutions possibles).

4. Soit un triangle quelconque ABC. On divise les côtés en trois parties égales. Puis on construit un triangle intérieur de la façon suivante:



   Démontrer que la surface du triangle intérieur DEF est égale à 1/7 de la surface du triangle ABC.

   Solution. Ce problème peut être résolu de plusieurs façons. Certaines sont très longues ou très compliquées. En voici une réussie par Roger Gagnon, étudiant du Collège Sainte-Croix, alors qu'il était en Belles-Lettres.



On a $AP = \frac{AC}{3}$

$BM = \frac{AB}{3}$

$CN = \frac{BC}{3}$.

Conclusion. Aire $8 = \frac{\text{aire ABC}}{7}$

Preuve. Menons AQ.

$$\text{aire ABP} = \frac{\text{aire ABC}}{3}$$

$$\text{aire BCM} = \frac{\text{aire ABC}}{3}$$

$$\text{aire CAN} = \frac{\text{aire ABC}}{3}$$

Même hauteur et base de l'un = 1/3 de la base de l'autre.

(Aire d'un triangle = $\frac{\text{base x hauteur}}{2}$).

$$\text{aire ABP} + \text{aire BCM} + \text{aire CAN} = \frac{3 \text{ aire ABC}}{3} = \text{aire ABC}.$$

$(1 + 2 + 3 + 4) + (4 + 5 + 6) + (6 + 7 + 1) = ABC$

$(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7) + (1 + 4 + 6) = ABC$

Or $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8) = ABC$

$8 = 1 + 4 + 6$

aire $(7 + 8) = 2$ aire $(1 + 2)$ (Même hauteur et rapport des bases $= \frac{1}{2}$)

aire $(5 + 6 + 7 + 8) = 2$ aire $(1 + 2 + 3 + 4)$ (Même hauteur et rapport des bases $= \frac{1}{2}$).

En soustrayant:

aire $(5 + 6 + 7 + 8)$ - aire $(7 + 8) = 2$ aire $(1 + 2 + 3 + 4)$ $- 2$ aire $(1 + 2)$

aire $(5 + 6) = 2$ aire $(3 + 4)$.

Or aire $3 = 2$ aire 4 (Même hauteur et rapport des $= \frac{1}{2}$)

aire $(5 + 6) = 6$ (aire 4).

De même on obtient aire $(1 + 7) = 6$ (aire 6)
aire $(2 + 3 + 4) = 6$ (aire 1).

Faisons la somme de ces 3 relations,

aire $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7) = 6$ aire $(1 + 4 + 6)$.

Comme aire $(1 + 4 + 6) =$ aire 8

alors aire $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7) = 6(\text{aire } 8)$

d'où aire $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7) +$ aire $8 = 6(\text{aire } 8) +$ aire 8

$$\text{aire } ABC = 7(\text{aire } 8)$$

$$\text{aire } 8 = \frac{\text{aire } ABC}{7}$$

N.B.: On remarquera que cette démonstration ne repose que sur des notions de géométrie élémentaire.

5. Généraliser le problème précédent, c'est-à-dire trouver le rapport entre les surfaces des triangles FED et ABC si chaque côté est divisé en n parties égales.