

PROBLEMES

PROBLEMES A RESOUDRE

1. Si $a + b + c = 0$, montrer que $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$.
2. Montrer que si $x^3 + 3Bx^2 + 3Cx + D$ est divisible par $x^2 + 2Bx + C$, le premier polynôme est un cube et le second un carré.
3. Montrer que $x^{4a} + x^{4b+1} + x^{4c+2} + x^{4d+3}$ est divisible par $x^3 + x^2 + x + 1$, a, b, c, d étant des entiers positifs.
4. Prouver que pour tout entier positif n , $n^{13} - n$ est divisible par 13.
5. Résoudre les équations:
 - a) $e^{(\log x)^{e^{\ln 2}}} = x$
 - b) $e^{(\ln x^2)^{e^{\ln 3}}} = x^8$.
6. Résoudre l'équation:
$$|x + 1| - |x| + 3|x - 1| - 2|x - 2| = x + 2.$$
7. Montrer que la division de n^{100} par 125, où n est un entier positif non divisible par 5, donne toujours 1 pour reste.
8. Trouver la somme de la série suivante:
$$1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + n \cdot n!$$
9. Trouver les solutions entières et positives de l'équation
$$x^2 - xy + 2x - 3y - 11 = 0.$$
10. Prouver que pour tout entier positif n , on a la relation:
$$2 < \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n < 3.$$