

**Association mathématique du Québec**  
**Concours 2015, ordre secondaire**  
**Le mercredi 18 février 2015, en matinée**



Le Concours de l'Association mathématique du Québec vise à déceler les meilleurs talents mathématiques des écoles secondaires du Québec. Chaque question a la même valeur. Donnez des réponses complètes et détaillées. Les calculatrices sont permises mais ne sont pas nécessaires.

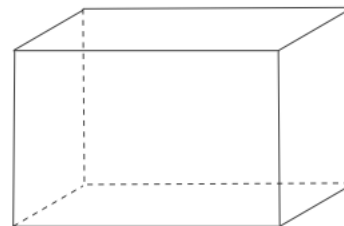
La correction prendra en compte divers éléments, dont l'exactitude de la réponse, la démarche, la clarté et l'originalité, de même que les esquisses de réponses, dans le cas d'une solution non complétée. Nous vous remercions et vous félicitons de votre intérêt pour les mathématiques. Bonne chance.

**1 Où sont passés mes champignons ?**

En préparation à sa fameuse recette de Boeuf Stroganov, un chef achète un kilogramme de champignons frais dont 99% de la masse est formée d'eau. Au bout de quelque temps, une partie de l'eau s'est évaporée, si bien que l'eau dans les champignons ne forme plus que 98% de la masse. Quelle est alors la masse des champignons ?

**2 Conseils de peintres**

Un parallélépipède rectangle a des côtés de longueurs entières choisies de sorte que la somme du nombre de ses sommets, de la longueur de ses arêtes, de l'aire de ses faces et de son volume soit 2015. Quel est le volume du parallélépipède ?



**3 Je suis le frère de mon frère**

Soit la fonction  $f(x) = x^2 - 4$ . Trouvez toutes les valeurs réelles  $x$  satisfaisant l'équation

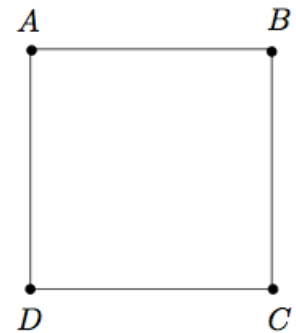
$$f(f(x)) = x.$$

#### 4 Le chaos dans l'avion

Soit un avion avec 50 sièges, tous en classe économie et tous de qualité identique. À l'embarquement, tous les sièges ont été attribués et les 50 passagers embarquent un par un dans l'avion. Le premier passager a oublié le numéro de son siège et s'assoit au hasard dans l'un des sièges. Tous les autres passagers connaissent leur numéro de siège et se rendent à leur siège l'un après l'autre. Si au moment de s'asseoir à son siège un passager remarque que celui-ci est occupé, le passager qui occupe le siège en choisira au hasard un nouveau parmi ceux qui sont inoccupés. Le passager déplacé sera rassis avant que le prochain passager embarque. Quelle est la probabilité que le siège attribué au dernier passager soit libre au moment de son embarquement ?

#### 5 Aux quatre coins

Soit un carré de sommets  $A, B, C$  et  $D$  dont les diagonales sont  $AC$  et  $BD$ . Soit un point  $P$  pour lequel on a mesuré les distances  $PA = 1$ ,  $PB = 2$  et  $PC = 3$ . À partir de ces mesures, déduisez la longueur  $PD$ .



#### 6 Les cercles cousins

Soit un segment de droite et un point  $C$  sur ce segment. Soit deux autres points  $A$  et  $B$  sur le segment de part et d'autre de  $C$ . Soit les deux cercles dont les diamètres sont  $AC$  et  $CB$  et dont les centres doivent bien sûr aussi être sur le segment initial. Soit  $DE$  une tangente commune aux deux cercles qui les rencontre respectivement en  $D$  et en  $E$ . Montrez qu'il existe un unique cercle traversant les points  $A, D, E$  et  $B$ .

